

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2016
- الموضوع -

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵎⴰⵔ ⵏ ⵓⵎⴰⵙ ⵏ ⵓⵎⴰⵙ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⴰⵙ ⵏ ⵓⵎⴰⵙ
ⵏ ⵓⵎⴰⵙ ⵏ ⵓⵎⴰⵙ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

RS 22

★★

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ لكل n من IN

1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من IN 0.5

ب- تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ لكل n من IN ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة. 0.25

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{16}$ و اكتب v_n بدلالة n 1

ب- بين أن $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ لكل n من IN ثم حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.75

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين $A(1, 3, 4)$ و $B(0, 1, 2)$

1) أ- بين أن $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ 0.5

ب- بين أن $2x - 2y + z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) . 0.5

2) لتكن الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$ 0.5

بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(3, -3, 3)$ و شعاعها 5

3) أ- بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) 0.75

ب- حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (OAB) و الفلكة (S) 0.75

التمرين الثالث : (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 8z + 41 = 0$ 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A و B و C و Ω التي ألقاها

على التوالي هي $a = 4 + 5i$ و $b = 3 + 4i$ و $c = 6 + 7i$ و $\omega = 4 + 7i$

أ- احسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية. 0.75

ب- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ 0.75

بين أن $z' = -iz - 3 + 11i$

ج- حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$ 0.75

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4 (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

4	3	3	2	1
4	4	3	4	2

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.
 (1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين " .

بين أن : $p(A) = \frac{1}{3}$

(2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة .
 ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

بين أن $p(X=1) = \frac{4}{9}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة : (8 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(1)$	$+\infty$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على $]0, +\infty[$

(1) احسب $g(1)$

(2) استنتج انطلاقا من الجدول أن: $g(x) > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 2 cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .

(2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (لحساب النهاية يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = x \left[\frac{3}{x} - 3 + 2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right]$)

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتيب بجوار $+\infty$

(3) أ- بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $]0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$

(4) أ- بين أن $I(1, 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

ب- بين أن $y = x - 1$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة I

ج- أنشئ ، في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (T) و المنحنى (C)

(5) أ- بين أن $\int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2} \right) dx = \frac{7}{4}$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2 (x+1) \ln x dx = 4 \ln 2 - \frac{7}{4}$

ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

(6) حل مبيانيا المتراجحة : $(x+1) \ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$; $x \in]0, +\infty[$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- عناصر الإجابة -

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵎⴰⵔⴰⵏ
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏ ⵏ ⵙⴰⵎⴰⵏ
ⵏ ⵙⴰⵎⴰⵏ ⵏ ⵙⴰⵎⴰⵏ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

RR 22

3

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها

الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (3 ن)

أ- 0.5	ب - 0.25 للتحقق و 0.25 للمتتالية تناقصية	ج- 0.25	1.25 (1)
أ- 0.5 للمتتالية هندسية و 0.5 لـ $v_n = \left(\frac{1}{16}\right)^n$	ب- 0.25 للمتساوية و 0.25 لـ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{16}\right)^n = 0$ و 0.25 لنهاية (u_n) هي 1		1.75 (2)

التمرين الثاني (3 ن)

أ- 0.5	ب- 0.5	1 (1)
0.5		0.5 (2)
أ- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للتوصل إلى $d(\Omega, (OAB)) = 5$ و 0.25 للمستوى مماس	ب- 0.75 (التوصل إلى $H\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$	1.5 (3)

التمرين الثالث (3 ن)

0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين (تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)	0.75 (1)
أ- 0.5 للتوصل إلى $\frac{c-b}{a-b} = 3$ و 0.25 للاستنتاج	2.25 (2)
ب- 0.5 للكتابة $z' - \omega = e^{-i\frac{\pi}{2}}(z - \omega)$ و 0.25 للتوصل إلى $z' = -iz - 3 + 11i$	
ج- 0.5 للتوصل إلى أن $R(C) = A$ و 0.25 للشكل المثلثي	

التمرين الرابع (3 ن)

1 للتوصل إلى النتيجة	1 (1)
$p(X=3) = \frac{1}{27}$ و 0.5 لـ $p(X=2) = \frac{2}{9}$ و 0.5 لـ $p(X=0) = \frac{8}{27}$ و 0.5 لـ $p(X=1) = \frac{4}{9}$	2 (2)

مسألة (8 ن)		
0.25	(1 I)	0.25 للتوصل إلى أن $g(1) = 1$
0.75	(2)	0.75 للاستنتاج
0.75	(1 II)	0.5 لحساب النهاية و 0.25 للتأويل
1	(2)	أ- 0.5 ب- 0.5
1.5	(3)	أ- 0.75 ب- 0.5 ل f تزايدية و 0.25 لجدول التغيرات
1.5	(4)	أ- 0.5 ب- 0.25 ج- 0.75 (انظر الشكل أسفله)
1.75	(5)	أ- 0.25 لدالة أصلية و 0.25 للنتيجة ب- 0.5 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للتوصل إلى النتيجة ج- 0.25 للمساحة ب cm^2 هي $4 \int_1^2 f(x) dx$ و 0.25 للتوصل إلى المساحة هي $4(8 \ln 2 - 5) cm^2$
0.5	(6)	0.25 للتوصل $f(x) \geq 0$ و 0.25 لمجموعة الحلول هي $[1, +\infty[$

