

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2016
- الموضوع -

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

NS 22

★★

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	2.5 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8.5 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (2.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

(1) تحقق من أن $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2 + (3 - u_n)}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم بين بالترجع أن $u_n < 3$ لكل n من $\mathbb{N}$ 0.75

(2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ 0.75

ب- بين أن $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم اكتب u_n بدلالة n 0.5

ج- حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.5

التمرين الثاني: (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(2, 1, 3)$ و $B(3, 1, 1)$

و $C(2, 2, 1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

(1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 0.5

ب- استنتج أن $2x + 2y + z - 9 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) 0.5

(2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1, -1, 0)$ و أن شعاعها هو 6 0.5

ب- بين أن $d(\Omega, (ABC)) = 3$ و استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) 0.5

(3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) 0.5

ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هو النقطة B 0.5

التمرين الثالث: (3 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 4z + 29 = 0$ 0.75

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط Ω و A و B التي

ألحاقها على التوالي هي ω و a و b بحيث $\omega = 2 + 5i$ و $a = 5 + 2i$ و $b = 5 + 8i$

أ- ليكن u العدد العقدي بحيث $u = b - \omega$ 0.75

تحقق من أن $u = 3 + 3i$ ثم بين أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

ب- حدد عمدة للعدد العقدي $\bar{u}$ ($\bar{u}$ يرمز لمرافق العدد العقدي u) 0.25

ج- تحقق من أن $a - \omega = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$ و أن $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ 0.75

د- نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$ 0.5

حدد صورة النقطة A بالدوران R

التمرين الرابع: (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء وست كرات خضراء .
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

(1) ليكن A الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .

بين أن $p(A) = \frac{2}{15}$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.
أ- بين أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي $\{2, 3, 4\}$

ب- بين أن $p(X=3) = \frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة: (8.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 1 cm)

(1-I) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة .

(3) أ- بين أن $f'(x) = 2(e^x - 1)^2$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $f'(0) = 0$)

ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1, \ln 4[$ بحيث $f(\alpha) = 0$

(4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $]\ln 4, +\infty[$ وتحت المستقيم (D) على المجال $]-\infty, \ln 4[$

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتها هو $(0, -5)$

ج- أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $\ln 4 \approx 1,4$ و $\alpha \approx 1,3$)

(5) أ- بين أن $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x) dx = -\frac{9}{2}$

ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور

الأرتاب و المستقيم الذي معادلته $x = \ln 4$

(1-II) أ- حل المعادلة التفاضلية $y'' - 3y' + 2y = 0$: (E)

ب- حدد الحل g للمعادلة (E) الذي يحقق الشرطين $g(0) = -3$ و $g'(0) = -2$

(2) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]\ln 4, +\infty[$ بما يلي : $h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x)$

أ- بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} و أن h^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$

ب- تحقق من أن $h(\ln 5) = \ln 5$ ثم حدد $(h^{-1})'(\ln 5)$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016

- عناصر الإجابة -

ⵜⴰⵎⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

NR 22

★★

الرياضيات

المادة

3

مدة الإنجاز

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها

الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (2.5 ن)

0.75	(1)	0.25 للتحقق و 0.5 للبرهان بالترجع
1.75	(2)	أ- 0.5 للمتتالية (v_n) هندسية و $0.25 \leq v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ب- 0.25 للمتساوية و 0.25 لكتابة u_n بدلالة n ج- 0.25 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ و 0.25 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

التمرين الثاني (3 ن)

1	(1)	أ- 0.5 ب- 0.5
1	(2)	أ- 0.5 ب- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للاستنتاج
1	(3)	أ- 0.5 ب- 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

0.75	(1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين (تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)
2.25	(2)	أ- 0.25 للتحقق و 0.5 لعمدة للعدد u ب- 0.25 ج- 0.25 للتحقق و 0.25 للمتساوية $\Omega A = \Omega B$ و 0.25 لعمدة للعدد $\frac{b-\omega}{a-\omega}$ د- 0.5

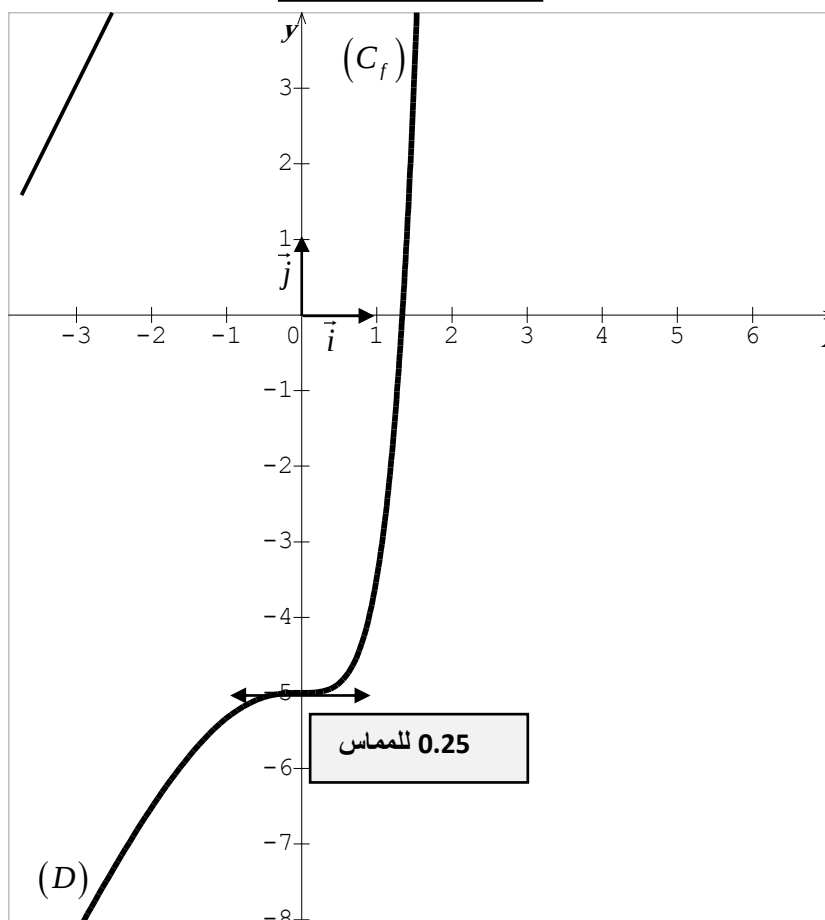
التمرين الرابع (3 ن)

1	(1)	1 للتوصل إلى النتيجة
2	(2)	أ- 0.5 ب- 0.75 $p(X=3) = \frac{8}{15}$ و 0.25 $p(X=2) = \frac{2}{15}$ و 0.5 $p(X=4) = \frac{1}{3}$

مسألة (8.5 ن)

0.75	(1-I)	أ- 0.25	ب- 0.5	
1	(2)	أ- 0.5	ب- 0.25	للتأويل و 0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل
1.5	(3)	أ- 0.5	ب- 0.25	ج- 0.25 ل f متصلة و تزايدية قطعا على $[1, \ln 4]$ و $0.25 > f(\ln 4) > 0$ و $0.25 < f(1) < 0$
1.75	(4)	أ- 0.25	ب- 0.5	للموضع على $[\ln 4, +\infty[$ و 0.25 للموضع على $]-\infty, \ln 4[$ ج- 0.75 (انظر الشكل أسفله)
1	(5)	أ- 0.25	ب- 0.25	للتوصيل إلى دالة أصلية و 0.25 للنتيجة
1	(1-II)	أ- 0.25	ب- 0.25	لحلي المعادلة المميزة و 0.25 ل الحل العام للمعادلة التفاضلية هو $y = ae^{2x} + be^x$ حيث a و b عدنان حقيقيان ب- 0.5 للتوصل إلى $g(x) = e^{2x} - 4e^x$
1.5	(2)	أ- 0.5	ب- 0.25	ل h متصلة و تزايدية قطعا على $[\ln 4, +\infty[$ و 0.25 ل $h([\ln 4, +\infty[) = \mathbb{R}$ ب- 0.25 للتحقق من أن $h(\ln 5) = \ln 5$ و 0.25 ل h قابلة للاشتقاق في $\ln 5$ و $h'(\ln 5) \neq 0$ و $0.25 < (h^{-1})'(\ln 5) = \frac{1}{6}$

0.25 للفرع الشلجي



0.25 للمقارب (D)