التمرين الأول

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x^2+2x}$ ، $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2+x-2}$ و $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{2x^2-x}{4x^2-1}$

$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x\sqrt{5}-5\sqrt{x}}{x-5}$ ، $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-3x}$ و $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x\sqrt{x}-8}{x-4}$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x^2-x+1}{(2x-1)^2}$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x^3-3x^2}{3-2x}$ و $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x-5}{3x-2x^2}$

$\lim\limits_{x\to +\infty}4x\sqrt{x}-3x^2$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty}x+1+\sqrt{x^2+1}$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2-2x}-x$ ، $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{x^2+2x}+x$

التمرين الثاني

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{3x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 5x}{\sin 3x}$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+2\sin x}{2\tan 3x-x}$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x-\sin 2x}{x+\tan 3x}$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{x^2}$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{x\sin 3x}$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x^2}$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x-\sin 2x}{x^3}$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x+\cos 3x-2}{x^2}$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(\pi x)}{x-1}$, $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$ و $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos x-\sin x}{x-\frac{\pi}{4}}$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sin x}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\cos 3x}{2x}$ و $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{sinx-\cos x}{x}$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة f :

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} \qquad x\neq 0 \end{cases}$$

أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب- أدرس اتصال f في النقطة $x_0=0$

التمرين الرابع

لتكن f الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(0)=a \\ f(x)=\dfrac{x+2-\sqrt{4+x^2}}{x} \qquad x\neq 0 \end{cases}$$

حدد a كي تكون f متصلة في النقطة $x_0=0$

التمرين الخامس

نعتبر الدالة f بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x}-2}{x^2+2x} & x<-2 \\ f(-2)=\dfrac{1}{4} \\ f(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+2)(x-6)} & x>-2 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة f في النقطة $x_0=-2$

التمرين السادس

نعتبر الدالة f بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+b}{x^2-1} & x<1 \\ f(1)=a \\ f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-1} & x>1 \end{cases}$$

1- حدد تبعا لقيم b النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)$

2- حدد العددين a , b كي تكون f متصلة في النقطة $x_0=1$

التمرين السابع

نعتبر الدالة f بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{3-x}-2}{x+1} & x<-1 \\ f(-1)=-\dfrac{1}{4} \\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{(x+1)(3-5x)} & x>-1 \end{cases}$$

1) أدرس اتصال الدالة f في النقطة $x_0=-1$

2) أدرس اتصال الدالة f على D_f

التمرين الثامن

بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا في المجال I في الحالات التالية :

1- $f(x)=x^3+4x+1$ و $I=[-1,0]$.

2- $f(x)=\cos(x)-x$ و $I=[0;\pi]$

3- $f(x)=x^3+2x+2$ و $I=[-1;3]$.

4- $f(x)=x-\tan(x)$ و $I=\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$

التمرين التاسع

لتكن الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{(x+1)^2}$$

1. احسب $f(2\pi)$ و $f(3\pi)$

2. استنتج أن المعادلة $\cos x=\dfrac{2}{(x+1)^2}$ تقبل حلا على الأقل في $\mathbb{R}$

التمرين العاشر

لتكن f دالة عددية معرفة ومتصلة من المجال $[0,1]$ نحو المجال $[0,1]$. بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل على الأقل حلا α في المجال $[0,1]$

Dreamjob.ma