سلسلة1: تمارين حول الاتصال

تمرين1

أدرس اتصال f في x_0 في الحالتين التاليتين

أ- $x_0=2$ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{-4+x^2}{x-2} & x\succ 2 \\ f(x)=\sqrt{x^2+12} & x\le 2 \end{cases}$

ب- $x_0=1$ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{(x-1)^2}{|x-1|} & x\neq 1 \\ f(1)=2 \end{cases}$

تمرين2

أحسب a و b و c لكي تكون f متصلة في 3

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-3} & x\succ 3 \\ f(x)=\dfrac{-4+cx^2}{x-2} & x\prec 3 \\ f(3)=2 \end{cases}$$

تمرين3

لتكن f الدالة العددية بحيث : $f(x)=\dfrac{-x^2-x+6}{x^2+2x-8}$.

1 – حدد D_f واحسب نهايات f عند محدات D_f .

2 - ادرس اتصال الدالة f على D_f .

3 - هل الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في 2 ؟

في (-4) ؟ .

تعريف

لتكن f دالة غير معرفة في x_0 لكن لها نهاية l في x_0

الدالة g المعرفة بـ $\begin{cases} g(x)=f(x) & x\in D_f \\ g(x_0)=l \end{cases}$ هي دالة

متصلة في x_0 تسمى تمديد بالاتصال لدالة f في x_0

تمرين4

حدد مجموعة تعريف الدالة f و أدرس اتصالها على D_f

في الحالات التالية

أ- $f(x)=2x^2-3x+6$ ب- $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x^2-3x-4}$

ج- $f(x)=\sqrt{x^2+2x}+\dfrac{x}{x+1}$ د- $f(x)=\dfrac{3x+1}{\sqrt{x-3}}$

ر- $f(x)=x^2+\sin(3x+4)$

تمرين5

لتكن f دالة متصلة على قطعة $[a;b]$ بحيث :

$f(a)\langle ab$ و $f(b)\rangle b^2$.

باستعمال مبرهنة القيم الوسيطية على الدالة g حيث $g(x)=f(x)-bx$ بين أنه يوجد عنصر c من المجال $[a;b]$ بحيث $f(c)=bc$.

تمرين6

بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال I :

1 - $f(x)=x^4+4x-8$ و $I=[1;2]$.

2 - $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{3}{2}$ و $I=[-3;-2]$.

3 - أ- $f(x)=3x^3-4x^2+4x-1$ و $I=[0;1]$

ب- باستعمال طريقة التفرع النهائي أعط قيمة مقربة للعدد x_0 بالدقة 10^{-2}

تمرين7

بين أن المعادلة $x^3-3x+1=0$ تقبل بالضبط ثلاثة حلول في IR ثم أعط تأطيرا لكل منها إلى 5×10^{-1}

تمرين8

لتكن f الدالة العددية بحيث : $f(x)=\dfrac{x-3}{x+2}$.

1 - بين أن القصور g للدالة f على المجال $I=[-1;4]$ يقبل دالة عكسية g^{-1} من مجال J يجب تحديده نحو I .

2 - حدد g^{-1} .

تمرين9

نعتبر f دالة المعرفة على $I=\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right[$

بـ $f(x)=2x^2-x+1$

بين أن f يقبل دالة عكسية f^{-1} من مجال J يجب تحديده نحو I ثم حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J.

تمرين10

$$f(x)=x+\sqrt{x+1}$$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية من مجال J يتم تحديده نحو المجال $I=[-1,+\infty[$

2) تحقق من أن $f^{-1}(1)=0$

3) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين11

f دالة معرفة على المجال $I=]-\infty,3]$ بما يلي:

$$f(x)=(x-3)^2-1$$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

2) أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين12

حل في IR المعادلات التالية :

1 - $x^3+7=0$. 2 - $x^6-3=0$.

3- $\sqrt[3]{2+x}+\sqrt[3]{2-x}=\sqrt[3]{4}$.

4 - $\sqrt[3]{(3+x)^2}+\sqrt[3]{(3-x)^2}=2\sqrt[3]{9-x^2}$

Dreamjob.ma

تمرين13

احسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$ ؛ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{1-\sqrt[3]{x+1}}$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x+63}-4}$ ؛ $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt[3]{x^3+x+1}-2\sqrt[3]{x^3+2}$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x}-1}$ ؛ $\lim\limits_{x\to +\infty}x-\sqrt[3]{x^3+x^2}$

تمرين14

1- أكتب مقامات الأعداد التالية على شكل عدد جدري: $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}+1}$ ؛ $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$ ؛ $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$

2- رتب الأعداد التالية تزايديا:

أ) $\sqrt{2}$ و $\sqrt[3]{3}$ و $\sqrt[4]{4}$ و $\sqrt[6]{6}$

ب) $\sqrt[3]{25}$ و $\sqrt[6]{100}$ و $\sqrt[10]{225}$ و $\sqrt[15]{400}$

تمرين15

احسب :

$a=\dfrac{\sqrt[4]{9}\sqrt{\sqrt[3]{3^3\sqrt{9}}}}{\sqrt[5]{81}\sqrt{\sqrt{3}}}$ ؛ $b=\dfrac{2^{\frac{5}{3}}3^{\frac{5}{2}}\left(\sqrt[4]{\dfrac{1}{2^2}}\right)^3}{\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{5}{2}}\left(\sqrt[5]{3^{-3}}\right)^4}$

تمرين16

نعتبر f دالة المعرفة بـ $f(x)=2x^2-4x+1$

1- أدرس تغيرات f وأنشئ منحناها في معلم متعامدممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$

2- لتكن g قصور f على المجال $I=[1,+\infty[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J وارسم منحنى g^{-1} في نفس المعلم

تمرين17

نعتبر f دالة المعرفة بـ $f(x)=\dfrac{x}{4-x^2}$

1- حدد D_f

2- أحسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to -2^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -2^-}f(x)$

3- نعتبر g قصور الدالة f على المجال $I=]-2,2[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- أدرس اتصال g^{-1} في 0

4- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J J

تمرين18

نعتبر f دالة المعرفة بـ $f(x)=\dfrac{2+\sqrt{4-x^2}}{x}$

1) حدد D_f

2) لتكن g قصور f على المجال $I=]0,2]$

a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

b) حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين19

$f(x)=\sqrt{x+\sqrt{1+x^2}}$

1- حدد D_f وادرس اتصال f على D_f

2- بين أن f تزايدية قطعا على D_f

3- استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو D_f

4- أحسب $f^{-1}(1)$

5- حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من

تمرين20

نعتبر f دالة المعرفة بـ $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{1+x}}$

1- حدد D_f

2- لتكن g قصور f على المجال $I=[0,+\infty[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين21

نعتبر f دالة المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x)=x-\sqrt{x-2} & x\geq 3 \\ f(x)=x-1+\sqrt[3]{3-x} & x<3 \end{cases}$$

1- حدد D_f و نهايات عند محداتها .

2 - أدرس اتصال f .

ليكن g قصور الدالة f على $I=[3;+\infty[$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

Dreamjob.ma