الاتصال

التمرين الأول (حول النهايات)

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x\sqrt{5}-5\sqrt{x}}{x-5}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-3x}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2+x-2}$	$\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{2x^2-x}{4x^2-1}$	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x^2+2x}$
$\lim\limits_{x\to +\infty} x+1+\sqrt{x^2+1}$	$\lim\limits_{x\to +\infty} 4x\sqrt{x}-3x^2$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x^3-3x^2}{3-2x}$	$\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x-5}{3x-2x^2}$	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x\sqrt{x}-8}{x-4}$
$\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ x<-2}}\dfrac{x^2-5}{x^2+x-2}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+\sqrt{x+1}}{x-1}$	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\dfrac{x^3-8}{x^2+x-2}$	$\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x^2+7}-\sqrt{7-3x}}{x^2-9}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2-2x}-x$

التمرين الثاني (اتصال في نقطة)

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & x\neq 0 \end{cases}$$

ادرس اتصال الدالة f في النقطة 0

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(-2)=\dfrac{1}{2} \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{8+2x}-2}{x+2} & x\geq -6 \ ; \ x\neq -2 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة f في النقطة -2

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+a}$

حدد العدد الحقيقي بحيث تكون الدالة f متصلة في النقطة $A(2,1)$

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+2\sqrt{x}-3}{x^2-1} & ; \ x\in\mathbb{R}^+-\{1\} \\ f(1)=a \end{cases}$$

حدد العدد a كي تكون الدالة f متصلة في 1

التمرين الثالث (اتصال على يمين – اتصال على يسار)

نعتبر الدالة f بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+5}-2}{x+1} & x>-1 \\ f(-1)=\dfrac{1}{4} \\ f(x)=\dfrac{-x^2+1}{(x+1)(3-5x)} & x<-1 \end{cases}$$

1) بين أن f متصلة على يمين النقطة $x_0=-1$

2) هل الدالة f متصلة في النقطة $x_0=-1$

نعتبر الدالة f بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{2x+5}}{x^2+2x} & x>-2 \\ f(-2)=-\dfrac{1}{2} \\ f(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+2)(x-2)} & x<-2 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة f في النقطة

نعتبر الدالة f بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+b}{x^2+1} & x<-1 \\ f(x)=\dfrac{bx-1}{x+2} & x>-1 \end{cases}$$

حدد العدد b كي تكون f متصلة في $x_0=-1$

الاتصال

نعتبر الدالة f بحيث :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+b}{x^2-1} & x<1 \\ f(1)=a & \\ f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-1} & x>1 \end{cases}$$

1- حدد تبعا لقيم b النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)$

2- حدد a , b كي تكون f متصلة في $x_0=1$

التمرين الرابع (اتصال على مجال)

أدرس اتصال الدالة f على المجال I في كل من الحالات التالية :

1) $f(x)=\dfrac{x^2-3x+5}{3+\cos x}$ و $I=\mathbb{R}$	2) 1) $f(x)=\dfrac{2}{x}+3\sqrt{x^2-1}$ و $I=\left[1,+\infty\right[$
3) $f(x)=\sin\left(2\sqrt{x}+\dfrac{\pi}{3}\right)$ و $I=\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$	4) $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2-\sqrt{x+4}}{x^2+x} & ; \quad x\in\left[-4,+\infty\right[-\{0\} \\ f(0)=-1 & \end{cases}$ و $I=\left[-4,+\infty\right[$

التمرين الخامس (مبرهنة القيم الوسطية)

1) لتكن الدالة العددية f المعرفة بمايلي: $f(x)=x^2-\dfrac{4}{x}$

أ- بين أن الدالة f تنعدم في المجال $[1;2]$

ب- بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا على الأقل في $[1;2]$

2) بين أن المعادلة $x^4-\dfrac{4}{x}+1=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]1,2[$

3) نضع $f(x)=x^3+3x-5$ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و أنجز جدول إشارة $f(x)$

4) لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=3x^3-4x^2+4x-1$

أ- ضع جدول تغيرات الدالة f

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 و أن $x_0\in\left]0;1\right[$

ج- باستعمال طريقة التفرع الثنائي حدد تأطيرا للعدد x_0 سعته $0,25$

التمرين السادس (دالة عكسية)

1) لتكن f دالة عددية معرفة ب : $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x+2}$

أ- أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة

ب- ليكن g الدالة المعرفة على المجال $\left]-2,-1\right]$ بما يلي : $g(x)=f(x)$

ج- بين أن g تقبل من $\left]-2,-1\right]$ نحو مجال I ، يتم تحديده ، دالة عكسية g^{-1} وعرفها

الاتصال

2) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x)=x+1+2\sqrt{x-1}$

أ- حدد D_f و أدرس اتصال f على D_f

ب- أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة

ج- بين أن f تقبل دالة عكسية من D_f نحو مجال I يتم تحديده وعرف دالتها العكسية f^{-1}

3) نعتبر الدالة f بحيث : $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}}{x+1}$

أ- حدد D_f و أحسب نهايات f عند محداتها

ب- بين أن $f'(x)=\dfrac{1-x}{\sqrt{x}(x+1)^2}$ ثم أعط جدول تغيرات f

ج- ليكن g الدالة f على المجال $I=[0,1]$ بما يلي : $g(x)=f(x)$

بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده وعرفها

4) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$

أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f

ب- بين أن f تزايدية على D_f واستنتج أنها تقبل دالة عكسية f^{-1} محددا مجموعة تعريفها

ج- تحقق أن $\dfrac{-1}{f(x)}=\sqrt{x}-\sqrt{x+1}$ $(\forall x\in D_f)$ استنتج تعبير الدالة العكسية f^{-1}

التمرين السابع (دالة الجذر من النوني)

1) رتب الأعداد ترتيبا تناقصيا : $\sqrt{5}\ ;\ \sqrt[3]{2}\ ;\ \sqrt[4]{3}$

2) بسط العدد : $A=\dfrac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt{8}\sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2}\sqrt[6]{4}}$ و $B=\dfrac{\sqrt[15]{3}\sqrt[3]{9}\sqrt{3}}{\sqrt[4]{27}\sqrt[5]{9}}$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : $(b)\ \sqrt[3]{x}-\sqrt{x}=0$ $\qquad (a)\ x^3+27=0$

4) احسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sqrt[3]{x^2}}{x}$	$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}{x-3}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[3]{x+1}}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{1-x}}{x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x+1}-2\sqrt[3]{x}$

5) نعتبر الدالة f بحيث : $f(x)=\sqrt[3]{x^2+x}$

أ- حدد D_f و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب- بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[1,2]$

ج- لتكن g الدالة المعرفة على $I=]-\infty,-1]$ بما يلي : $g(x)=f(x)$

☜ بين أن g تقبل من I نحو مجال J دالة عكسية محددا المجال J

☜ أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J