

# الاتصال

## السلسلة 1 (10 تمارين)

التمرين 1 :

$$1. \text{ لتكن } f \text{ الدالة المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} ; x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ أدرس اتصال } f \text{ في } 0 .$$

$$2. \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة بما يلي: } \begin{cases} f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x^2-x-2} ; x \neq 2 \\ f(2) = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة  $f$  في النقطة 2 .

$$3. \text{ لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة بما يلي: } \begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 2 \end{cases} \text{ أدرس اتصال الدالة } f \text{ في } 0 .$$

$$4. \text{ لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة بما يلي: } \begin{cases} f(x) = x^2 + 2x + 3 ; x \geq -2 \\ f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} ; x < -2 \end{cases} \text{ أدرس اتصال } f \text{ في } -2 .$$

$$5. \text{ نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = 2\frac{\sin(3x)}{x} + 1 ; x > 0 \\ f(x) = x + m - \frac{1}{2} ; x \leq 0 \end{cases} \text{ حدد قيمة } m \text{ لكي تكون } f \text{ متصلة في } 0 .$$

$$6. \text{ لتكن } g \text{ الدالة العددية للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة بما يلي: } \begin{cases} g(x) = x - k ; x < 0 \\ g(0) = 2 \\ g(x) = 1 + \frac{\tan x}{x} ; x > 0 \end{cases} \text{ حيث } k \text{ عدد حقيقي.}$$

حدد قيمة  $k$  التي من أجلها تكون  $g$  متصلة في  $x_0 = 0$  .

## التمرين 2 :

1. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$  ;  $x \neq 2$  : أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $D_f$   $f(2) = 12$
2. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = x^5 - 6x^2 + 3x + 7$  : أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $D_f$
3. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = 2\sin x + 3\cos x$  : أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $D_f$
4. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  : أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $D_f$
5. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 1}$  : أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $D_f$
6. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = (x^2 - 3x + 4) \times \cos x$  : أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $D_f$
7. لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - x + 4}$  : أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$

## التمرين 3 :

بين أن المعادلة  $(E)$  تقبل على الأقل حلا في المجال  $I$  في الحالتين التاليتين:

$$I = [0, 1]; (E): x^5 - x^3 + 5x - 4 = 0 \quad .1$$

$$I = \left] \frac{\pi}{3}, \pi \right[; (E): 2\sin x = x \quad .2$$

## التمرين 4 :

بين أن المعادلة  $x^3 + 2x - 4 = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $\left] 1, \frac{3}{2} \right[$

## التمرين 5 :

بين أن المعادلة  $2x^3 + 7x - 4 = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $\mathbb{R}$  و أن  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

## التمرين 6 :

لتكن  $f$  دالة عددية متصلة على مجال  $[a, b]$  بحيث :  $f(b) > b^2$  و  $f(a) < ab$   
بين أن  $\exists c \in [a, b] : f(c) = bc$

## التمرين 7 :

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = 2x^3 + x - 1$   
1. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$  ثم تحقق أن  $0 < \alpha < 1$ .  
2. أدرس إشارة الدالة  $f$ .

**التمرين 8 :**

نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = \sin x + 2\cos x$

1. تحقق من أن:  $g(0) > 0$  و  $g\left(\frac{\pi}{2}\right) < \frac{\pi}{2}$

2. أثبت أن المعادلة  $g(x) = x$  تقبل حلا على الأقل في المجال  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

**التمرين 9 :**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}$

1. أحسب  $f(-1)$  و  $f\left(\frac{-1}{2}\right)$  و  $f(0)$  و  $f(1)$

2. استنتج أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل على الأقل ثلاثة حلول في المجال  $[-1;1]$

**التمرين 10 :**

لتكن  $f$  دالة متصلة و معرفة من مجال  $[a;b]$  نحو  $[a;b]$ .

بين أن المعادلة  $f(x) = x$  تقبل حلا على الأقل في المجال  $[a;b]$