

درس الاتصال:

الحالة 2:

f متصلة وتناقصية قطعاً:

$$f([a;b]) = [f(b); f(a)]$$

$$f([a;b[) = \left[\lim_{\substack{x \rightarrow b \\ x < b}} f(x); f(b) \right]$$

$$f(]a;b]) = \left[f(b); \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) \right]$$

$$f(]a;b[) = \left[\lim_{\substack{x \rightarrow b \\ x < b}} f(x); \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) \right]$$

• إذا كانت f دالة عددية متصلة ورتبية قطعاً على المجال I

فان الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة على $J = f(I)$

$$\begin{cases} y = f^{-1}(x) \\ x \in f(I) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(y) = x \\ y \in I \end{cases}$$

منحنى الدالة f^{-1} هو مماثل منحنى الدالة f بالنسبة للمستقيم:

$y = x$ في معلم متعامد ممنظم

• العدد $\sqrt[n]{x}$ يسمى الجذر من الرتبة n للعدد x

$$\begin{cases} y = \sqrt[n]{x} \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^n = y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

خصائص: $m \in \mathbb{N}^*$ و $n \in \mathbb{N}^*$

$$x \in \mathbb{R}^+ \text{ و } y \in \mathbb{R}^+ \quad x \geq y \Leftrightarrow \sqrt[n]{x} \geq \sqrt[n]{y}$$

$$x \in \mathbb{R}^+ \quad (\sqrt[n]{x})^n = x$$

$$y \in \mathbb{R}^+ \text{ و } x \in \mathbb{R}^+ \quad \sqrt[n]{x \times y} = \sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{y}$$

$$\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} \text{ و } y \in \mathbb{R}^{++} \quad \sqrt[n]{\frac{1}{y}} = \frac{1}{\sqrt[n]{y}}$$

$$x \in \mathbb{R}^+ \quad \sqrt[n \times m]{x^m} = \sqrt[n]{x} \text{ و } \sqrt[n \times m]{x} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}}$$

$$x^r \times x^{r'} = x^{r+r'} \text{ و } \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} \text{ ; } x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

$$\frac{x^r}{y^r} = \left(\frac{x}{y}\right)^r \text{ و } (x^r)^{r'} = x^{r \times r'} \text{ و } x^r \times y^r = (x \times y)^r$$

$$\frac{x^r}{x^{r'}} = x^{r-r'} \text{ و } \frac{1}{x^r} = x^{-r} \text{ و}$$

حظ سعيد



$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow f \text{ متصلة في النقطة } x_0$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow f \text{ متصلة في } x_0$$

• تكون الدالة f متصلة في النقطة x_0 إذا وفقط إذا كانت متصلة على اليمين في النقطة x_0 وعلى اليسار في النقطة x_0

• تكون الدالة f متصلة على مجال $[a;b]$ إذا كانت متصلة في كل

نقطة من $]a;b[$ ومتصلة على اليمين في النقطة a وعلى اليسار في b

• مجموع وجداء وخارج دوال متصلة هي دالة متصلة مع مراعاة مجال الاتصال ومجموعة التعريف

• الدوال الحدودية و الجذرية و المثلثية متصلة على مجموعة تعريفها

• الدالة $x \rightarrow \sqrt{x}$ متصلة على \mathbb{R}^+

• الدالة $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$ متصلة على \mathbb{R}^+

• f دالة عددية و I مجال ضمن D_f و g دالة عددية و J مجال

ضمن D_g بحيث: $f(I) \subset J$

• إذا كانت الدالة f متصلة على I و g متصلة على J فان $g \circ f$ دالة متصلة على I

$$x \rightarrow f(x) \rightarrow g(f(x))$$

$$x \in D_{g \circ f} \Leftrightarrow x \in D_f \text{ و } f(x) \in D_g$$

$$x \in D_{f \circ g} \Leftrightarrow x \in D_g \text{ و } g(x) \in D_f$$

• مبرهنة القيم الوسيطة 1: إذا كانت f دالة متصلة على مجال

$[a;b]$ و $f(a) \times f(b) < 0$ فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً على الأقل في المجال $]a;b[$.

• مبرهنة القيم الوسيطة 2: إذا كانت f دالة متصلة على مجال

$[a;b]$ و $f(a) \times f(b) < 0$ و f رتبية قطعاً على $[a;b]$ فان

المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]a;b[$.

• صورة مجال: الحالة 1: f متصلة و تزايدية قطعاً:

$$f([a;b]) = [f(b); f(a)]$$

$$f([a;b[) = \left[\lim_{\substack{x \rightarrow b \\ x < b}} f(x); f(b) \right]$$

$$f(]a;b]) = \left[f(b); \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) \right]$$

$$f(]a;b[) = \left[\lim_{\substack{x \rightarrow b \\ x < b}} f(x); \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) \right]$$