

تصحيح مباراة ولوج السنة الأولى لكلية الطب والصيدلة (مراكش)

2012/2011

مادة الرياضيات

السؤال Q21:

ليكن  $r$  أساس المتتالية الحسابية  $(u_n)$ ، لدينا  $u_n = u_p + (n-p)r$ ،  $(\forall (n, p) \in \mathbb{N}^2)$ ؛  
ومنه:

$$\begin{aligned}u_2 + u_3 + u_4 &= u_6 - 4r + u_6 - 3r + u_6 - 2r \\ &= 3u_6 - 9r \\ &= 75 - 9r\end{aligned}$$

وبما أن:  $u_2 + u_3 + u_4 = 21$  فإن  $r = 6$ .

وبالتالي  $u_0 = u_6 - 6r = -11$

السؤال Q22:

لدينا:

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1} + (n^2)^{\frac{1}{n}} \right) &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2n}{\sqrt{n^2 + n + 1} + \sqrt{n^2 - n + 1}} + e^{\frac{1}{n} \ln(n^2)} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}} + e^{\frac{2 \ln(n)}{n}} \right) \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n)}{n} = 0 \text{ نذكر أن}$$

السؤال Q23:

نعلم أن:  $h$  متصلة في  $\frac{\pi}{3}$  إذا فقط إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} h(x) = h\left(\frac{\pi}{3}\right)$

نعتبر الدالة  $f: x \mapsto \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  القابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  بحيث:  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} h(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{x - \frac{\pi}{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{x - \frac{\pi}{3}}$$

$$= f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 2 \cos \pi$$

$$= -2$$

ومنه  $a = -2$

السؤال Q24:

لدينا  $f(x) = \ln(5 - |x-1| - |5x-1|)$  ، إذن  $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 5 - |x-1| - |5x-1| > 0\}$ .

نعتبر الجدول التالي:

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	1	$+\infty$
$ x-1 $		$1-x$	$1-x$	$x-1$
$ 5x-1 $		$1-5x$	$5x-1$	$5x-1$
$5 -  x-1  -  5x-1 $		$3+6x$	$5-4x$	$7-6x$

$$D_f = \left( \left[ -\infty; \frac{1}{5} \right] \cap \left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[ \right) \cup \left( \left[ \frac{1}{5}; 1 \right] \cap \left] -\infty; \frac{5}{4} \right[ \right) \cup \left( \left] 1; +\infty \right[ \cap \left] -\infty; \frac{7}{6} \right[ \right)$$

إذن:

$$= \left] -\frac{1}{2}; \frac{7}{6} \right[$$

يمكن ملاحظة أن 0 و 1 يقبلان صورة بالدالة  $f$  و المجال الوحيد من بين المجالات المقترحة الذي يحتوي على العددين 0 و 1 هو

$$\left] -\frac{1}{2}; \frac{7}{6} \right[$$

السؤال Q25:

لدينا:  $\forall (p, r) \in \mathbb{N}^2, p + (p+r) + (p+2r) + \dots + d = \left( \frac{d-p}{r} + 1 \right) \left( \frac{p+d}{2} \right)$  (متتالية حسابية أساسها  $r$ )

إذن:

$$f(-1) = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$$

$$= \sum_{k=0}^{49} (2k+1) - \sum_{k=1}^{50} 2k$$
$$= \left( \frac{99-1}{2} + 1 \right) \times \frac{1+99}{2} - \left( \frac{100-2}{2} + 1 \right) \times \frac{2+100}{2}$$
$$= -50$$

السؤال Q26:

لثلاثية الحدود  $x^2 - x - 1$  جذرين مخلفين هما:  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  و  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

$$x^2 - x - 1 = \left( x - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) \left( x - \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

إذن:

ومنه:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 1} dx = \frac{1}{\sqrt{5}} \int_0^1 \left( \frac{1}{x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}} - \frac{1}{x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}} \right) dx$$

$$= \left[ \ln \left| x - \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right| - \ln \left| x - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right| \right]_{x=0}^{x=1}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} \ln \left( \frac{3-\sqrt{5}}{2} \right)$$

السؤال Q27:

$$P(z) = (z-i)(z^2 + \sqrt{3}z + 1) \text{ ومنه } P(i) = 0$$

مميز المعادلة  $z^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$ ,  $z \in \mathbb{C}$  هو  $\Delta = -1 = i^2$ ، إذن للمعادلة حلين مترافقين هما  $z_1 = \frac{-\sqrt{3}+i}{2}$  و  $z_2 = \frac{-\sqrt{3}-i}{2}$

$$.S = \left\{ i; -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right\} \text{ هي } z \in \mathbb{C}; P(z) = 0 \text{ المعادلة}$$

السؤال Q28:

$$\text{الدالة } u: x \mapsto \sin x - \frac{2}{3}(\sin x)^3 \text{ قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R}, \text{ ولدينا:}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; u'(x) = \cos x - 2\sin^2 x \cos x = \cos x (1 - 2\sin^2 x) = \cos x \cos 2x$$

وبما أن  $u(0) = 0$  فإن الدالة الأصلية للدالة  $\cos x \cos 2x$  على  $\mathbb{R}$  التي تأخذ القيمة 0 في النقطة 0 هي الدالة المعرفة بما يلي:

$$x \mapsto \sin x - \frac{2}{3}(\sin x)^3$$

السؤال Q29:

$$.y = f' \left( e^{\frac{1}{2}} \right) \left( x - e^{\frac{1}{2}} \right) + f \left( e^{\frac{1}{2}} \right) \text{ هي: معادلة المستقيم المماس للمنحنى } (C) \text{ في النقطة ذات الأضلاع } 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^+; f'(x) = \frac{1}{x^2} \left( \frac{1}{x} \times x - 1 - \ln x \right) = \frac{-\ln x}{x^2} \text{ لدينا:}$$

$$.f \left( e^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{e^{\frac{1}{2}}}{2} \text{ مع } f' \left( e^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{e}{2} \text{ ومنه}$$

$$y = \frac{e}{2}x \text{ وبالتالي معادلة المستقيم المماس للمنحنى } (C) \text{ في النقطة ذات الأضلاع } e^{\frac{1}{2}} \text{ هي:}$$

السؤال Q30:

$$.C(-2-\sqrt{3};1) \text{ و } B(-1;-1) \text{ و } A(1;\sqrt{3}) \text{ لدينا } (O, \vec{u}, \vec{v})$$

$$\text{إذن } \vec{AB}(-2;-1-\sqrt{3}) \text{ و } \vec{AC}(-3-\sqrt{3};1-\sqrt{3}) \text{ و } \vec{BC}(-1-\sqrt{3};2)$$

بما أن  $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0$  فإن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $B$ .

### مادة الفيزياء

سؤال 1. يعبر عن سرعة انتشار موجة بالعلاقة:  $v = \frac{d}{\Delta t}$  حيث  $d$ : المسافة التي قطعها الموجة وخلال المدة الزمنية  $\Delta t$ .

وبالنسبة لحبل طوله  $L$  وخلال مدة زمنية  $\Delta t$ :  $v_0 = \frac{L}{\Delta t}$  وبالنسبة لحبل طوله  $3L$  وخلال مدة زمنية  $\Delta t$ :  $v' = \frac{3L}{\Delta t}$ .

نقسي الزمن  $\Delta t$  فنوصل إلى  $\frac{v'}{v_0} = \frac{3L}{L} = 3$ ، ومنه نستنتج  $v' = 3v_0$ .

سؤال 2. لدينا الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام باستعمال العلاقة المستقلة عن الزمن نكتب:  $v^2 - v_0^2 = 2gh$ .

الجسم ينطلق بدون سرعة بدئية  $v_0 = 0$ ، إذن:  $v = \sqrt{2gh}$ ، ومنه:  $v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 120} = 48,52 \text{ m/s}$ .

سؤال 3. نعلم أن:  $P = U.I$  (1)، مع القدرة الكهربائية (W).

وحسب قانون أوم بالنسبة لموصل أومي مقاومته  $R$ :  $U = R.I$ ، إذن:  $I = \frac{U}{R}$ .

هكذا تصبح العلاقة (1):  $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}$ ، تطبيق عددي:  $R = \frac{(220)^2}{100} = 242 \Omega$ .

سؤال 4. يعبر عن التوتر بين مربطي وشيعة  $U_L$  مقاومتها مهملة بالعلاقة:  $U_L = L \cdot \frac{di}{dt}$  أي:  $U_L = L \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{10t}{4+5t} \right)$  ومنه

$U_L = L \cdot \frac{40}{(4+5t)^2}$ ، إذن معامل تحريض الوشيعة يكتب كالتالي:  $L = \frac{U_L}{40} (4+5t)^2$ .

عند اللحظة  $t = 3.10^{-3} \text{ s}$  نجد:  $L = 0,6H$ .

سؤال 5. تعبير الطاقة المخزونة في المكثف ذو السعة  $C$  يكتب كالتالي:  $\xi = \frac{1}{2} C.U_C^2$ .

تطبيق عددي:  $\xi = 0,5.1,4.10^{-6}.(3)^2 = 12,6.10^{-6} \text{ J} = 12,6 \mu\text{J}$ .

سؤال 6. الشغل الجزئي  $\delta w$  للقوة المطبقة من طرف نابض خلال الانتقال الجزئي  $\delta \vec{l}$  هو:  $\delta w = \vec{T} \cdot \delta \vec{l}$  أي:  $\delta w = -K_x \vec{i} \cdot \delta x \vec{i}$

ومنه:  $W(\vec{T}) = \int_{x_1}^{x_2} -K_x dx = K \left[ \frac{x^2}{2} \right]_{x_2}^{x_1} = \frac{K}{2} (x_1^2 - x_2^2)$ .

سؤال 7. المعادلة الزمنية لحركة  $M$  نكتب:  $\theta(t) = 4t + 2,5$ ، النقطة  $M$  تنجز دورتين، أي:  $\theta = 2 \times 2\pi = 4\pi$ .

وبالتالي:  $4\pi = 4t + 2,5$ . المدة الزمنية اللازمة لكي تنجز النقطة  $M$  دورتين هي:  $t = 2,5 \text{ s}$ .

سؤال 8. معادلة التفتت هي:  ${}_{86}^{222}\text{Rn} \longrightarrow {}_Z^A\text{Y} + {}_2^4\text{He}$ ، وحسب قانون الإنحفاظ نكتب:

$${}^A_ZY = {}^{218}_{84}\text{Po} : \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} 222 = A + 4 \\ 86 = Z + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 222 - 4 \\ Z = 86 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 218 \\ Z = 84 \end{cases}$$

سؤال 9. يتحول نوييدة الراديوم إلى نوييدة الرصاص بعد سلسلة من التفتتات التلقائية والمنتالية من طراز  $\alpha$  و  $\beta^-$ .

إذن معادلة التفتت :  ${}^{226}_{88}\text{Ra} \longrightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + x {}^4_2\text{He} + y {}^0_{-1}\text{e}$  وحسب قانون الإنحفاظ نكتب :

$$\begin{cases} 226 = 206 + 4x \\ 88 = 82 + 2x - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 222 - 206 \\ y = 2x + 82 - 88 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 / 4 = 5 \\ y = 2 \times 5 - 6 = 4 \end{cases}$$

إذن : نحصل على 5 تفتتات من نوع  $\alpha$  و 4 من نوع  $\beta^-$ .

سؤال 10. حسب قانون التناقص الإشعاعي نكتب :  $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$  مع الكتلة المتبقية.

$$m' = m_0 - m(t) = 9.10^{-3} \text{ g} \quad \text{ولدينا}$$

$$m' = m_0 (1 - e^{-\lambda t}) \quad \text{أي}$$

$$\frac{m'}{m_0} = 1 - e^{-\lambda t} \quad \text{إذن}$$

$$e^{-\lambda t} = 1 - \frac{m'}{m_0} \quad \text{ومنه}$$

$$-\lambda t = \ln \left( 1 - \frac{m'}{m_0} \right) \quad \text{وبالتالي}$$

$$t = \frac{-1}{\lambda} \ln \left( 1 - \frac{m'}{m_0} \right) \quad \text{فنحصل على تعبير الزمن}$$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad \text{ونعلم أن}$$

$$t = \frac{-t_{1/2}}{\ln(2)} \ln \left( 1 - \frac{m'}{m_0} \right) \quad \text{إذن}$$

$$t = \frac{-14,2}{0,693} \ln \left( 1 - \frac{9}{12} \right) = 28,4 \text{ j} \quad \text{تطبيق عددي}$$

### مادة الكيمياء

سؤال 11. معادلة احتراق الألومنيوم في الأكسجين :  $4\text{Al}_{(s)} + 3\text{O}_{2(g)} \longrightarrow 2\text{Al}_2\text{O}_{3(s)}$  ، وحسب المعاملات التناسبية نكتب

$$\frac{n(\text{Al})}{4} = \frac{n(\text{Al}_2\text{O}_3)}{2} \Rightarrow m(\text{Al}_2\text{O}_3) = \frac{m(\text{Al})}{2M(\text{Al})} M(\text{Al}_2\text{O}_3)$$

$$m(Al_2O_3) = \frac{2,7 \times 102}{2 \times 27} : \text{تطبيق عددي}$$

إن الكتلة المتكونة من  $Al_2O_3(s)$  أثناء التفاعل هي:  $m(Al_2O_3) = 5,1g$ .

سؤال 12: نمذج تفكك حمض الميثانويك كالتالي:  $HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$$K_A = \frac{[HCOO^-][H_3O^+]}{[HCOOH]} : \text{ثابتة التوازن تكتب: } K_A = \frac{[HCOO^-][H_3O^+]}{[HCOOH]}$$

ومن خلال معادلة التفاعل لدينا:  $[HCOO^-] = [H_3O^+]$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,9}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]^2}{C} : \text{يصح تعبير } K_A \text{ كالتالي:}$$

$$K_A = \frac{10^{-(2 \times 2,9)}}{10^{-2}} = 10^{2-5,8} = 10^{-3,8} : \text{إن:}$$

سؤال 13: نمذج ذوبان كبريتات الحديد في الماء بالمعادلة:  $Fe_2(SO_4)_3 \cdot 6H_2O \longrightarrow 2Fe^{3+} + 3SO_4^{2-}$

$$n(A) = \frac{n(Fe^{3+})}{2} : \text{ضع } Fe_2(SO_4)_3 \cdot 6H_2O = A, \text{ وحسب المعاملات التناسبية لدينا:}$$

$$[Fe^{3+}] = \frac{n(Fe^{3+})}{V} = \frac{2n(A)}{V} = \frac{2m(A)}{V \cdot M(A)} : \text{إن:}$$

حيث  $[Fe^{3+}]$  التركيز الفعلي لأيونات  $Fe^{3+}$ ، و  $V$  الحجم الكلي للمحلول و الكتلة المولية للمركب  $A$  هي:

$$M(A) = 496g/mol$$

$$[Fe^{3+}] = \frac{2 \times 2,2}{0,05 \times 496} = 0,22mol/L : \text{تطبيق عددي}$$

سؤال 14: أنصاف المعادلة:  $Fe^{2+} \longrightarrow Fe^{3+} + e^-$  و  $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4H_2O$

المعادلة الحصيلة:  $MnO_4^- + 5Fe^{2+} + 8H^+ \longrightarrow Mn^{2+} + 5Fe^{3+} + 4H_2O$

$$C_1 = 5 \frac{C_2 V_{BE}}{V} = \frac{5 \times 2 \times 10^{-2} \times 16,8}{10} = 0,168mol/L : \text{إن: } C_2 V_2 = \frac{C_1 V_1}{5}$$

سؤال 15: يصنع الإستر انطلاقاً من تفاعل الأندريد (A) مع الكحول (B) وفق المعادلة: (سؤال 16)

$$m(B) = m(A) \frac{M(B)}{M(A)} : \text{إن: } n(A) = n(B) : \text{الخليط ستوكيومترى}$$

$$m(B) = \frac{6,5(4 \times 12 + 10 + 16)}{6 \times 12 + 3 \times 16 + 10} = 3,7g : \text{إن الكتلة المتفاعلة من الكحول (B) هي:}$$

سؤال 16. المعادلة المنمجة للتفاعل هي :  $CH_3COOH + C_6H_5CH_2OH \rightleftharpoons Ester + H_2O$

الجدول الوصفي :

	Acide	+ Alcool	$\rightleftharpoons$ Ester	+ H <sub>2</sub> O
t = 0	0,3	0,3	0	2
t <sub>f</sub>	0,3 - x <sub>f</sub>	0,3 - x <sub>f</sub>	x <sub>f</sub>	x <sub>f</sub>

يبقى في الوسط التفاعلي 0,1mol من الحمض، أي أن التقدم هو  $x_f = 0,2mol$ .

$$K = \frac{[Ester][H_2O]}{[Acide][Alcool]} = \frac{x \cdot x}{(0,3 - x_m)(0,3 - x_m)} = \frac{0,2^2}{0,1^2} = 4$$

ومنه نستنتج أن :

سؤال 17. المعادلة التفاعل الحاصل تكتب كالتالي :  $2Fe^{3+} + Fe \longrightarrow 3Fe^{2+}$

كمية المادة البدئية للمتفاعل  $Fe^{3+}$  هي :  $n_0(Fe^{3+}) = C \cdot V = 0,5mol$

كمية المادة البدئية للمتفاعل  $Fe$  هي :  $n_0(Fe) = 0,625mol$

جدول التطور :

	$2Fe^{3+}$	+ Fe	$\longrightarrow$	$3Fe^{2+}$
t = 0	0,5	0,625		0
t <sub>f</sub>	$0,3 - 2x_f$	$0,625 - x_f$		$3x_f$

تحديد التقدم القسوي، حسب الجدول لدينا :  $x_m = 0,625mol$  أو  $x_m = \frac{0,5}{2} = 0,25mol$

وتكون قيمة التقدم القسوي هي الأصغر أي  $x_m = 0,25mol$

إن كمية مادة الحديد المتبقية هي :  $n_f(Fe) = 0,625 - 0,25 = 0,375mol$

$$n_f(Fe) = \frac{m_f(Fe)}{M(Fe)} \Rightarrow m_f(Fe) = n_f(Fe) \cdot M(Fe)$$

تطبيق عددي :  $m_f(Fe) = 0,375 \times 56 = 21g$

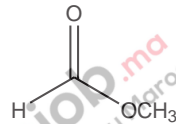
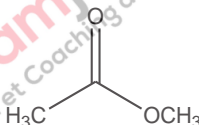
سؤال 18. لدينا :  $pH = -\log(C)$  أي  $pH = -\log(5 \times 10^{-3}) = 2,5 \neq 3,3$  ، ومنه نستنتج أن :  $pH \neq -\log(C)$

إن الحمض HA حمض ضعيف.

$$V_2 = \frac{C_2 V_3}{C} = \frac{0,01 \times 50}{0,1} = 5mL$$

سؤال 19. حسب علاقة التخفيف نكتب :  $CV_2 = C_2V_3$  إذن :

سؤال 20. الصيغة العامة للإستر  $C_nH_{2n}O_2$  ، أمثلة :

$C_2H_4O_2$		n = 2
$C_3H_6O_2$		n = 3