التمرين الأول

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x)=2\arctan\frac{2\sqrt{x}}{x+1}$$

1) أ- حدد D مجموعة تعريف f و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

3) أرسم المنحنى C_f

4) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I=[1,+\infty[$

أ- بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

ب- عرف الدالة العكسية g^{-1} ثم أرسم منحناها في نفس

5) بين أن المعادلة $g(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α و أن $\alpha\in]1,2[$

6) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ بحيث :

$U_0=1$ و $U_{n+1}=g(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $g(2)>\frac{\pi}{3}$

ب- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1\le U_n\le 2$

ج- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad |U_{n+1}-\alpha|\le\frac{1}{4}|U_n-\alpha|$

د- بين أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

التمرين الثاني

[A نعتبر الدالة f بحيث : $f(x)=2x^3-5x^2-3$

1) أدرس تغيرات الدالة f

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{5}{2},3\right[$ حلا وحيدا α

[B لتكن g الدالة المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{1\}$ بما يلي :

$$g(x)=\frac{x}{x-1}\sqrt[3]{x^2+1}$$

1) أحسب نهايات الدالة g عند محدات D

2) أ- بين أن g قابلة للاشتقاق على D

و أن $g'(x)=\dfrac{f(x)}{3(x-1)^2(x^2+1)^{\frac{2}{3}}}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة g

3) أرسم المنحنى C_f (نأخذ $g(\alpha)\simeq 3,2$)

4) لتكن h قصور الدالة g على المجال $]-\infty,1[$

أ- بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} محددا مجموعة تعريفها ثم ارسم منحناها في نفس المعلم السابق

التمرين الثالث

g دالة معرفة ب: $\begin{cases} g(x)=\dfrac{\tan x-x}{x} & ; x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\\ g(0)=0 \end{cases}$

[I 1) بين أن $\forall x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\quad (1+\tan^2 x)x-\tan x>0$

2) أدرس اتصال g على يمين 0

3) أدرس تغيرات g ثم ضع جدول تغيراتها

[II نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=Arc\tan(g(x)) & ; x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\\ f(0)=0 \quad ; \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

1) بين أن $\forall x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\quad 0\le\tan x-x\le x\tan^2 x$

2) أدرس اتصال f على يمين 0 وعلى يسار $\frac{\pi}{2}$

3) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{\tan x-x}{x^2}$ ثم اثبث أن $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{\pi}{2}\\x<\frac{\pi}{2}}}\frac{f(x)-\frac{\pi}{2}}{x-\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}$

4) أدرس تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

التمرين الرابع

نعتبر الدالة f بحيث : $f(x)=2x-3(x+1)^{\frac{2}{3}}$

1) حدد D مجموعة تعريف f و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى C_f عند $+\infty$

3) أدرس قابلية اشتقاق الدالة g على يمين -1

(g تمديد بالاتصال ل f على يمين -1)

4) أحسب الدالة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

5) بين أن المنحنى C_f يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها α ينتمي إلى المجال $]4,5[$

(نأخذ $6^{\frac{2}{3}}<\frac{10}{3}$; $5^{\frac{2}{3}}>\frac{8}{3}$)

6) أرسم المنحنى C_f