

~ الثانية علوم تجريبية ~

سلسلة الاشتقاق

[7 تمارين محلولة]

**التمرين 1:**

أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في العدد  $a$  ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة :

$$f(x) = x^3 + 1 \quad a = 2 \quad (1)$$

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad a = 1^+ \quad (2)$$

**التمرين 2:**

أحسب مشتقة الدالة  $f$  في الحالات التالية : ( غير مطلوب دراسة قابلية للاشتقاق )

$$f(x) = 6x - \sqrt{7} \quad (1)$$

$$f(x) = x^2 - \frac{5}{2}x \quad (2)$$

$$f(x) = x \cdot \sin x \quad (3)$$

$$f(x) = (\cos x)^4 \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1} \quad (5)$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 7} \quad (6)$$

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad (7)$$

$$f(x) = \cos(x^3) \quad (8)$$

$$f(x) = \tan(4x) \quad (9)$$

**التمرين 3:**

أحسب مشتقة الدالة  $f$  في الحالات التالية : ( غير مطلوب دراسة قابلية للاشتقاق )

$$f(x) = \sqrt[3]{3x+1} \quad (1)$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} \quad (2)$$

$$f(x) = x \cdot \sqrt[3]{x} \quad (3)$$

$$f(x) = (\sqrt[3]{x})^5 \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3+1}}{x} \quad (5)$$

التمرين 4:

- لتكن  $f$  الدالة المعرفة بما يلي :  $f(x) = x^3 + x$
- (1) بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده
  - (2) تحقق أن :  $f^{-1}(2) = 1$
  - (3) بين أن  $f^{-1}$  قابلة للاشتقاق في 2
  - (4) أحسب :  $(f^{-1})'(2)$

التمرين 5:

- لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $[0, +\infty[$  بما يلي :
- $$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} - 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{4} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

1. أدرس اتصال  $f$  في 1
2. أدرس اشتقاق  $f$  في 1
3. أول النتائج هندسيا

التمرين 6:

أحسب مشتقات الدوال التالية : ( غير مطلوب دراسة قابلية للاشتقاق )

$$f(x) = x^5 + \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 5x - 4 \quad (1)$$

$$f(x) = (2x + 1)\sqrt{x} \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 3} \quad (3)$$

$$f(x) = (4 - 3x)^3 \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{4}{(x^2 - 1)^3} \quad (5)$$

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \quad (6)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \quad (7)$$

$$f(x) = \sin^4 x - \cos^2 x \quad (8)$$

$$f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \quad (9)$$

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1} \quad (10)$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2} \quad (11)$$

التمرين 7:

لتكن  $f$  الدالة المعرفة بما يلي :  $f(x) = x^3 - 3x - 3$

1. أدرس تغيرات  $f$  على  $\mathbb{R}$
2. ليكن  $g$  قصور  $f$  على المجال  $[1, +\infty[$ 
  - أ. بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  معرفة من مجال  $J$  يتم تحديده نحو  $[1, +\infty[$
  - ب. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $[1, +\infty[$  ثم تحقق أن  $2 < \alpha < 3$
3. بين أن :  $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2 - 1)}$