

التمرين الأول

(2) حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$e^x + e^{1-x} - e = 1 \quad (4) \quad e^{3x-2} = e^{x+1} \quad (3) \quad e^{x^2-x} = 1 \quad (2) \quad e^{2x} = 5 \quad (1)$$

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1}{3} \quad (7) \quad e^x - 2e^{-x} - 1 = 0 \quad (6) \quad e^{2x} - 3e^x + 2 = 0 \quad (5)$$

(2) حل في \mathbb{R} المتراجحات التالية:

$$e^{2x} - 6e^x + 5 \geq 0 \quad (4) \quad |e^{x+1} - 3| < 2 \quad (3) \quad \frac{e^{-x} - 3}{e^{2x} - 1} \geq 0 \quad (2) \quad e^{x-2} < 1 \quad (1)$$

$$-1 < \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} < 1 \quad (7) \quad 3e^x - 2e^{-x} + 1 \leq 0 \quad (6)$$

التمرين الثاني

احسب النهايات التالية:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - e^x)$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^x$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{e^x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{3x}}{2x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} e^{-x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + e^{-x})$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-x}}{x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$

التمرين الثالث

احسب الدالة المشتقة $f'(x)$ في كل من الحالات التالية:

$f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{x}$	$f(x) = \frac{e^x}{x+1}$	$f(x) = xe^{-x} + e^{-x} - 1$	$f(x) = 2e^{2x} + 3x - 2$
$f(x) = e^{\sqrt{x}} \ln x$	$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$	$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1} - x$	$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^x$
$f(x) = e^x - x + \ln x$	$f(x) = x \left(e^{\frac{1}{x}} + x \right)$	$f(x) = x + 1 - \ln(1 + e^x)$	$f(x) = x - \frac{1}{2} \ln e^x - 1 $

التمرين الرابع

[I] نعتبر الدالة u المعرفة بما يلي: $u(x) = 1 + (x-1)e^x$

1- أدرس تغيرات الدالة u

2- استنتج إشارة الدالة u (أحسب $u(0)$)

[II] لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x) = (x-2)(e^x + 1)$

1- أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$, $-\infty$

2- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

3- أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ وأعط جدول تغيرات الدالة f

4- أدرس تقعر المنحنى C_f

5- حدد وضع المنحنى C_f والمستقيم (D) ذي المعادلة $y = x - 2$

التمرين الخامس

[I] أدرس تغيرات الدالة $u(x) = 1 + (x-1)e^x$ واستنتج إشارتها (أحسب $u(0)$)

[II] لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = (2x-3)e^{2x} + 4e^x - 1$

1- أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$, $-\infty$

2- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

3- بين أن $f'(x) = 4e^x u(x)$ وأنجز جدول تغيرات الدالة f

4- أرسم المنحنى C_f

التمرين السادس

f دالة عددية معرفة بما يلي : $f(x) = x - \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

1- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f وأدرس زوجية الدالة f

2- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

3- أ. تحقق أن $(\forall x \in D_f) f(x) = x - 1 + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} - 1}$

ب. استنتج أن $y = x - 1$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى C_f عند $+\infty$

4- أ. أدرس تغيرات الدالة f

ب. بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا في المجال $]\ln 2; \ln 5[$

5- أدرس تقعر المنحنى C_f

6- أرسم المنحنى C_f

التمرين السابع

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي : $x \neq 0$ و $x \neq 1$ و $f(x) = e^{\frac{1}{\ln x}}$ و $f(1) = 0$; $f(0) = 1$

(1) أ- أدرس اتصال الدالة f على يمينه 0 وعلى يسار 1

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أدرس قابلية اشتقاق f على يمينه 0 و على يسار 1

(3) أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ وضح جدول تغيرات الدالة f

(4) أرسم المنحنى C_f

(5) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [0, 1]$ يسه g تقبل دالة عكسية مه نحو مجال يتم تحديده

و عرف الدالة العكسية g^{-1}

(6) ناقشه حسب قيم البارامير m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$

التمرين الثامن

[I] نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x) = e^x - x - 1$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أحسب $g'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة g

(3) أستنتج إشارة الدالة g

[II] لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{xe^x}{e^x - 1}$

1) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب- أحسب نهايات الدالة f

2) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

3) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

4) أرسم المنحنى C_f

التمرين التاسع

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \frac{-e^{2x} + 8e^x - 7}{e^{2x}}$

--1 أحسب النهايتيه $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

--2 أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى C_f عند $+\infty$

--3 حدد نقط تقاطع المنحنى C_f و محور الأفصيد

--4 ييه أه $f'(x) = \frac{14 - 8e^x}{e^{2x}}$ ثم صنع جدول تغيرات الدالة f (نأخذ $f\left(\ln \frac{7}{4}\right) = \frac{9}{7}$)

--5 أكتب معادلة المماس للمنحنى C_f في النقطة $x_0 = 0$

--6 أحسب $f''(x)$ وأدرس تقعر المنحنى C_f

--7 أرسم المنحنى C_f

(نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$ و $\ln 7 \approx 1,9$ ونقبل أه C_f يقبل نقطة انعطاف وحيدة أفصولها $\ln\left(\frac{7}{2}\right)$)

التمرين العاشر

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = x - \frac{4e^x}{1+e^x}$

1- حدد D_f

2- احسب النهايات عند محددات D_f

3- ادرس الفروع اللانهائية لـ C_f

4- احسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R} واعط جدول التغيرات

5- بين أن لكل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{4e^x(e^x - 1)}{(1+e^x)^3}$ ثم أدرس تقعر C_f وحدد نقط الانعطاف

6- ادرس الوضع النسبي لـ C_f مع مقاربيه

7- ارسم C_f

أ- احسب التكامل: $I = \int_0^1 \frac{1}{1+e^x} dx$

ب- احسب مساحة الحيز Δ_f المحصور بين المنحنى C_f والمستقيمت $y = x - 4$ و $x = 0$ و $x = 1$

التمرين الحادي عشر

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{e^x + 1}$

1- أ- بين أن النقطة $\Omega(0,1)$ مركز تماثل للمنحنى C_f

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى C_f عند $+\infty$

2- أ- بين أن المشتقة $f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{2(e^x + 1)^2}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

3- أدرس تقعر المنحنى C_f

4- أ- بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) \frac{1}{2}x \leq f(x) \leq \frac{1}{2}x + 1$

ب- أرسم المنحنى C_f

التمرين الثاني عشر

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$ و (C_f) منحناها

في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أ- تحقق من أن : $(\forall x \in \mathbb{R}); \frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

ب- بين أن f دالة فردية

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3. أ- بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}); f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f

ج- استنتج أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^+); 1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$

4. بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا

5. أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثالث عشر

I) لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

(1) أحسب $g'(x)$ ثم استنتج أن g تزايدية على $[0, +\infty[$ و تناقصية على $] -\infty, 0]$

(2) أ- أحسب $g(0)$ و استنتج أن $g(x) \geq 0$ $(\forall x \in \mathbb{R})$

ب- استنتج أن $e^{-x} + x \geq 1$ $(\forall x \in \mathbb{R})$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

(1) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D = \mathbb{R}$

(2) أ- بين أن $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$

ب- أثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ثم أول هندسيا النتيجتين

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ $(\forall x \in \mathbb{R})$

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) أ- أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $x_0 = 0$

ب- تحقق أن $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ($\forall x \in \mathbb{R}$) ثم أدرس إشارة $x - f(x)$

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (Δ)

(5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) (نأخذ $\frac{1}{1-e} = -0,6$)

(III) لتكن $(U_n)_n$ متتالية معرفة بما يلي : $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) بين أن $0 \leq U_n \leq 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(2) بين أن $(U_n)_n$ متتالية تناقصية

(3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايته

التمرين الرابع عشر

الجزء الأول : نعتبر الدالة $g(x) = x - 1 - 2x \ln x$

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x)$

(2) أ- أحسب $g'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

ب- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α في المجال $]0, e^{-\frac{1}{2}}[$

ج- استنتج إشارة $g(x)$ (لاحظ أن $g(1) = 0$)

الجزء الثاني : لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^{+*} بما يلي : $f(x) = 1 + x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

(2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

(3) أ- أحسب المشتقة $f'(x)$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$

ب- أدرس رتبة الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها

(4) أ- تحقق أن $f(x) - x = \frac{g(x)}{x}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (D)

ب- تحقق أن $f(\alpha) = \alpha$ أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha = 0,3$)

$$\begin{cases} u_{n+1} = f(u_n) & ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

الجزء الثالث : نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :

أ- بين بالترجع أن : $\alpha < u_n < 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

ب- أدرس رتبة المتتالية $(u_n)_n$

ج- استنتج أن $(u_n)_n$ متقاربة ثم حدد نهايتها