



أحسب مايلي :

| | | | |
|--------------------------------------|---|--|--|
| $\int_{-1}^2 x x-1 dx$ | $\int_{-1}^0 \frac{tdt}{(2t^2+1)^3}$ | $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}} dx$ | $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$ |
| $\int_0^1 \frac{t^3-3t}{(t+1)^2} dt$ | $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2-2x+1}$ | $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$ | $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x}{x^4+1} dx$ |
| $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x dx$ | $\int_2^4 \frac{dt}{1-t^2}$ | $\int_1^e \frac{\ln x}{x(1+\ln^2 x)} dx$ | $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{9+4x^2}$ |



باستعمال مكاملة بالأجزاء حدد التكاملات التالية

| | | |
|------------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$ | $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$ | $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ |
| $\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$ | $\int_1^3 (2x-1) \ln x dx$ | $\int_1^2 (2x-1)e^x dx$ |



أحسب مايلي :

| | |
|--|--|
| $t = x^2$ $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{(x^2+1)^3}$ | $x = \sqrt{2t-1}$ $\int_1^2 \frac{\sqrt{2t-1}}{t} dt$ |
| $t = \sqrt{x-1}$ $\int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$ | $t = \sqrt{x}+1$ $\int_1^4 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$ |
| $t = \tan \frac{x}{2}$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\sin x} dx$ | $x = \sqrt{t}$ $\int_1^4 \frac{dt}{\sqrt{t}+\sqrt{t^3}}$ |



(1) أ- حدد العدديه a, b بحيث : $(\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}) \frac{2x-5}{(x-1)^3} = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)^3}$

ب- استنتج التكامل $\int_2^3 \frac{2x-5}{(x-1)^3} dx$

(2) أ- حدد العدديه a, b بحيث : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) \frac{1}{x(1+x^2)} = \frac{a}{x} + \frac{bx}{x^2+1}$

ب- استنتج التكامل $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x(1+x^2)} dx$

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\arctan x}{x^2} dx$



لك عدد طبيعي n نعتبر الدالة المعرفة بما يلي : $\varphi_n(x) = (1-x)^n e^{-2x}$ و نضع $I_n = \int_0^1 \varphi_n(x) dx$

(1) أحسب I_0 و I_1

(2) أ- يبيه أنه المتتالية $(I_n)_n$ تناقصية

ب- يبيه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ و استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

(3) أ- يبيه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) 2I_{n+1} = 1 - (n+1)I_n$

ب- استنتج أنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n = 1$ ثم حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(nI_n - 1)$



لك عدد طبيعي n من \mathbb{N}^* نضع $I_0 = \int_0^1 \sqrt{1-x} dx$ و $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x} dx$

(1) أحسب التكاملين $I_0 ; I_1$

(2) أ- يبيه أنه المتتالية $(I_n)_n$ تناقصية و استنتج أنها متقاربة

ب- يبيه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{\sqrt{2}}{n+1}$ و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

(3) أ- يبيه أنه $(\forall x \in [0,1]) 0 \leq \sqrt{2} - \sqrt{x+1} \leq \frac{1}{2}(1-x)$

ب- استنتج أنه $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \frac{\sqrt{2}}{n+1} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)} \leq I_n \leq \frac{\sqrt{2}}{n+1}$ و حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n$



لك عدد طبيعي n و بحيث $n \geq 2$ نضع $U_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n-1} \ln\left(\frac{k}{n}\right)$

(1) أ- يبيه أنه $(\forall k \in \{1, \dots, n\}) \frac{1}{n} \ln\left(\frac{k}{n}\right) \leq \int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} \ln x dx \leq \frac{1}{n} \ln\left(\frac{k+1}{n}\right)$

ب- استنتج أنه $(\forall n \geq 1) U_n \leq \int_{\frac{1}{n}}^1 \ln x dx \leq U_n + \frac{\ln n}{n}$

(2) أ- يبيه أنه $(\forall n \geq 2) -1 + \frac{1}{n} \leq U_n \leq -1 + \frac{1}{n} + \frac{\ln n}{n}$ و حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{n^n}} = \frac{1}{e} \quad \text{ب- استناداً إلى}$$