التمرين الأول

لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $\begin{cases} f(0)=0 \\ f(x)=-x\ln x \quad ; \quad x>0 \end{cases}$

و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أدرس اتصال و قابلية اشتقاق f على اليمين في $x_0=0$
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
3. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
4. أدرس تغيرات الدالة f على المجالين $]0,+\infty[$
5. أنشئ المنحنى (C_f)
6. . لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_{n+1}=-U_n\ln U_n$ و $U_0=\frac{1}{2e}$

أ- بين أن $1\le U_n\le\frac{1}{e}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- ادرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

ج- استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+-\{1\}$ كما يلي : $f(0)=0$ و $f(x)=x(\ln x-1)+\ln|x-1| \ ; \ x\neq 0$

1) أ- بين أن f متصلة على يمين $x_0=0$

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_0=0$

ج- أحسب $\lim_{x\to1} f(x)$ ماذا تستنتج ؟

2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{1+(x-1)\ln x}{x-1}$: $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}-\{1\})$

ب- بين أن $(x-1)\ln x\ge 0$ $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*})$ ثم أدرس رتابة الدالة f

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

4) أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا في المجال $]2,3[$

ب) أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha\simeq 2,4$)

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي : $g(x)=\ln|\sqrt{x}-1|$ و (C_g) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(0;\vec{i};\vec{j})$

و (C_g) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(0;\vec{i};\vec{j})$.

1] حدد D_g .

2] احسب النهايتين : $\lim_{x\to1} g(x)$ ؛ $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

3] ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_g) .

4] ادرس قابلية اشتقاق الدالة g في 0 على اليمين و أول النتيجة المحصل عليها هندسيا .

5] احسب $g'(x)$ لكل x من $D_g-\{0\}$.

6] ضع جدول تغيرات g .

7] أ) بين أن منحنى الدالة g يقبل نقطة انعطاف A يجب تحديد إحداثيتيها .

ب) حدد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_g) في A .

8] حدد تقاطع المنحنى (C_g) و محور الأفاصيل .

9] أنشئ (C_g) و (Δ) .   نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$

التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية المعرفة f على $\mathbb{R}-\{1\}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+\ln|x-1|$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1] أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)$.

2] ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$.

3] أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{x-2}{(x-1)^2}$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}\right)$.

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f .

4] أنشئ المنحنى (C_f) .

5] لتكن g الدالة المعرفة على المجال $\left[2,+\infty\right[$ بما يلي : $g(x)=f(x)$

أ - بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال يتم تحديده

ب - أنشئ المنحنى $(C_{g^{-1}})$.

التمرين الخامس

I. نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x)=\dfrac{2x^2}{x^2-1}+\ln\left|x^2-1\right|$

1.حدد D_h ثم أحسب نهايات h عند محدات D_h

2.بين أن : $(\forall x\in D_h):h'(x)=\dfrac{2x\left(x^2-3\right)}{\left(x^2-1\right)^2}$

3. أعط جدول تغيرات الدالة h

4.أستنتج إشارة $h(x)$ لكل x من D_h

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x\ln\left|x^2-1\right|$ و (C_f) منحناها في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ- حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محدات D_f

ب-أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة

2. أ-بين أن : $(\forall x\in D_f);f'(x)=h(x)$

ب-أعط جدول تغيرات الدالة f

3. أستنتج من خلال دراسة الدالة h إحداثيتي I نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

4. أ- حل في D_f المعادلة $f(x)=0$

ب- أنشئ المنحنى (C_f)