

<p>1. الفروع اللانهائية 2. قواعد حساب النهايات</p>	<p>أ. النهايات والاتصال ب. حساب النهايات و الفروع اللانهائية ج. دراسة الإشارة د. الاشتقاق هـ. تغيرات -تقعر وضع نسبي و. نقط هامة ز. ملخص لقواعد $\ln x$ و e^*</p>	<p>المجزوءة : A. دراسة الدوال العددية B. المتتاليات العددية C. حساب التكامل D. الأعداد العقدية</p>
--	--	--

1. قواعد و نهايات اعتيادية

← الحدوديات:

أمثلة	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 - x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$
	نهاية حدودية هي نهاية الحد الأكبر درجة	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n = \pm\infty$	بصفة عامة : ←

← الكسور:

This is frimija		$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{a}{x^n} = \pm\infty$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a}{x^n} = 0$
-----------------	--	--	--

← الأشكال الغير المحددة:

$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0}{0}$	$0 \times \infty$	$+\infty - \infty$
-------------------------	---------------	-------------------	--------------------

نهايات هامة :	نهايات الدالة الأسية:	نهايات الدالة اللوغارتمية
1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \ln x = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0^+$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = \frac{1}{+\infty} = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} + e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x)^2 + \frac{1}{e^x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$ $t = \sqrt{x}$ $x \rightarrow +\infty$ $t \rightarrow +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$
$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{(\ln t^2)^2}{t^2}$ $= \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(t^2)}{t} \right)^2 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 \ln(t)}{t} \right)^2$ $= \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(2 \frac{\ln(t)}{t} \right)^2$ $= 0$		

2. الفروع اللانهائية

الفروع اللانهائية: الغرض منها دراسة تصرف الدالة عندما تأخذ الأفاصيل أو الأرائيب قيما تؤول إلى ما لانهاية
نلخصها في الخطاطة التالية.

تأويل مباشر

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$$

(Cf) يقبل مقاربا عموديا معادلته $x = a$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$$

(Cf) يقبل مقاربا أفقيا معادلته $y = b$ بجوار $\pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$$

التأويل الغير المباشر:

نحسب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

(Cf) يقبل فرعا شلجميا باتجاه
محور الأفاصيل بجوار $\pm\infty$

STOP

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty$$

(Cf) يقبل فرعا شلجميا باتجاه
محور الأرائيب بجوار $\pm\infty$

STOP

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax = \pm\infty$$

(Cf) يقبل فرعا شلجميا باتجاه المستقيم ذو المعادلة
 $y = ax$ بجوار $\pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax = b \quad / \quad b \in \mathbb{R}$$

(Cf) يقبل مقاربا مائلا معادلته $y = ax + b$ بجوار
 $\pm\infty$

طريقة مباشرة:

سؤال: بين أن $y = ax + b$ فرع شلجمي لمنحنى الدالة f بجوار ∞
جواب:

$$\leftarrow \text{نحسب } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - y$$

$$\leftarrow \text{ويجب أن نجد } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - y = \pm\infty$$

سؤال: بين أن $y = ax + b$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f بجوار ∞
جواب:

$$\leftarrow \text{نحسب } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - y$$

$$\leftarrow \text{ويجب أن نجد } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - y = 0$$