

## المتتاليات العددية

### تمرين 1

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1 \end{cases}$$

احسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$  ◇

### تمرين 2

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n} \end{cases}$$

احسب  $u_3$  ◇

### تمرين 3

نعتبر المتتاليتين العدديتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad v_n = 3 \times 2^n + 1$$

-1 احسب الحدود الأربعة الأولى لكل من  $(u_n)$  و  $(v_n)$  ، ماذا تلاحظ ؟

-2 برهن بالترجع أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times 2^n + 1$

### تمرين 4

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4 \end{cases}$$

-1 احسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$

-2 بين بالترجع أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 2$

-3 بين أن  $(u_n)$  تزايدية

### تمرين 5

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \left( u_n + \frac{4}{u_n} \right) \end{cases}$$

-1 بين بالترجع أن  $(u_n)$  مصغورة بـ 2

-2 بين ان  $(u_n)$  تناقصية

### تمرين 6

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$$

-1

أ- تحقق أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - 3 = \frac{(u_n - 3)(2u_n + 3)}{u_n + 2}$

ب- بين بالترجع أن  $(u_n)$  مصغورة بـ 3

-2

أ- تحقق أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)(u_n + 1)}{u_n + 2}$

ب- استنتج ان  $(u_n)$  تزايدية

### تمرين 7

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 8} \end{cases}$$

◇ بين بالترجع أن  $(u_n)$  مكبورة بـ 4

### تمرين 8

◇ ادرس رتبة المتتاليات التالية :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad w_n = \frac{n+1}{3^n} \quad , \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \quad , \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{2n}{n+1}$$

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n^2 - u_n + 1 \end{cases} \quad , \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad w_n = n^3 - n$$

**تمرين 9**

لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0 = 2$  وأساسها  $r = 3$

احسب  $u_7$  و  $u_{11}$  ◇

احسب :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{99}$  ◇

**تمرين 10**

لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0 = -1$ .

احسب  $r$  أساس المتتالية علما أن  $u_{10} = 59$  ◇

احسب :  $S = u_3 + u_4 + \dots + u_{22}$  ◇

**تمرين 11**

لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $r$

احسب  $r$  و  $u_0$  علما أن :  $u_3 = 12$  و  $u_{17} = 82$  ◇

احسب :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  بدلالة  $n$  ◇

**تمرين 12**

لتكن  $(u_n)$  متتالية هندسية حدها الأول  $u_0 = 3$  وأساسها  $r = 2$

احسب  $u_3$  و  $u_6$  ◇

احسب :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_5$  ◇

**تمرين 13**

لتكن  $(u_n)$  هندسية أساسها  $r = \frac{1}{2}$ .

احسب  $u_0$  علما أن  $u_3 = \frac{5}{8}$  ◇

احسب :  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  بدلالة  $n$  ◇

**تمرين 14**

نعتبر المتتاليتين العددية  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين كما يلي : 
$$v_n = \frac{1}{u_n - 3} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n} \end{cases}$$

بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية محدها أساسها و حدها الأول ◇

احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ◇

استنتج حساب  $u_n$  بدلالة  $n$  ◇

احسب مجموع الحدود السبعة الأولى للمتتالية  $(v_n)$  ◇

**تمرين 15**

نعتبر المتتاليتين العددية  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين كما يلي : 
$$v_n = u_n - \frac{5}{3} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1 \quad n \geq 0 \end{cases}$$

بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية محدها أساسها و حدها الأول ◇

احسب  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  ◇

احسب :  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  بدلالة  $n$  ◇

**تمرين 16**

نعتبر المتتاليتين العددية  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين كما يلي : 
$$v_n = u_{n+1} - u_n \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 4 \\ u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n \end{cases}$$

احسب  $u_2$  و  $u_3$  و  $v_0$  و  $v_1$  ◇

بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام ◇

بين أن :  $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = u_n - u_0$  ◇

استنتج الحد العام للمتتالية  $(u_n)$  ◇

$$\begin{cases} u_0 = 1, v_0 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3}; v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$$

**تمرين 17**  
نعتبر المتتاليتين العددية  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين كما يلي :

1- احسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_1$  و  $v_2$

2- نعتبر المتتالية :  $w_n = u_n - v_n$

أ- بين أن  $(w_n)$  متتالية هندسية محددًا أساسها

ب- أوجد الحد العام للمتتالية  $(w_n)$

3- نعتبر المتتالية :  $t_n = 3u_n + 2v_n$

أ- بين أن  $(t_n)$  متتالية ثابتة .

ب- أوجد الحد العام للمتتالية  $(t_n)$

4- استنتج مما سبق تعبير كل من  $(u_n)$  و  $(v_n)$  بدلالة  $n$  .

$$\begin{cases} u_0 = 1, v_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}; v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$$

**تمرين 18**  
نعتبر المتتاليتين العددية  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين كما يلي :

نعتبر المتتاليتين :  $w_n = v_n - u_n$  و  $t_n = 3u_n + 10v_n$

1- بين أن  $(w_n)$  متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام .

2- بين أن  $(t_n)$  متتالية ثابتة ثم أوجد حدها العام .

3- استنتج مما سبق تعبير كل من  $(u_n)$  و  $(v_n)$  بدلالة  $n$  .

**تمرين 19**

لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0$  و أساسها  $r$

1- احسب  $r$  و  $u_0$  علما أن :  $u_3 + u_4 + u_5 = -9$  و  $u_6 = -7$

2- احسب :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$

**تمرين 20**

لتكن  $(v_n)$  متتالية هندسية حدها الأول  $v_0 = 3$  و أساسها  $r = 2$

1- احسب :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  بدلالة  $n$

2- نعتبر المتتالية :  $w_n = v_n^2$

أ- بين أن  $(w_n)$  متتالية هندسية .

ب- استنتج حساب المجموع  $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_{n-1}^2$  بدلالة  $n$  .

**تمرين 21**

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3n+1} \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

1- احسب  $u_1$  و  $u_2$

2- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 0$

3- ادرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

4-

أ- بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{4}$

ب- استنتج أن  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \leq 8 \left(\frac{1}{4}\right)^n$

**تمرين 22**

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + u_n - \frac{1}{4} \end{cases}$$

-1 بين أن  $\forall n \in \mathbb{N} \quad |u_n| < \frac{1}{2}$

-2 أدرس رتبة  $(u_n)$

-3 بين أن:  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n + \frac{1}{2} = \left(u_0 + \frac{1}{2}\right)^{2^n}$