

نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(1) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > 0$

(2) احسب v_0 و v_1 وبين أن $v_n \neq 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(3) أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها وحدها الأول

ب- حدد u_n بدلالة n

ج- حدد المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين 6 :

(1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال

$$f(x) = \frac{7x+3}{3x+7} : I = [1; +\infty[$$

أدرس رتبة f على I ثم بين أن $f(I) \subset I$

(2) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n>0}$ المعرفة بما يلي :

$$u_{n+1} = f(u_n) : \mathbb{N}^* \text{ و } u_1 = \frac{7}{3}$$

(a) بين أن $(u_n)_{n>0}$ مصغورة بالعدد 1

(b) بين أن $(u_n)_{n>0}$ تناقصية

(3) نضع $\forall n \in \mathbb{N}^* v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(a) بين أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية

(b) أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

(c) أحسب المجموع : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

التمرين 7 : في فاتح يناير من سنة 1997 كان يشتغل

في مقالة كبيرة 2500 مستخدم .

أثبتت دراسة أنه في فاتح يناير من كل سنة يحال على

التقاعد 10% من المستخدمين، ولتعويض حاجيات

المقولة من اليد العاملة، يتم تشغيل 120 من

المستخدمين الجدد.

A- لكل n من \mathbb{N} نرمز ب u_n لعدد المستخدمين في

الفاتح من يناير سنة $1997+n$

(1) احسب u_1

(2) بين أنه لكل n من \mathbb{N} لدينا : $u_{n+1} = 0,9u_n + 120$

(3) نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - 1200$

أ- بين أن (v_n) هندسية محددًا أساسها وحدها

الأول

ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n

B- (1) كم هو تقريبا عدد المستخدمين سنة 2007 ؟

(2) بعد كم سنة سيقبل عدد المستخدمين عن 1360

مستخدما؟

(3) ما هو مجموع المستخدمين الذين أحيلوا على

التقاعد إلى غاية سنة 2007

التمرين 1 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$u_0 = \frac{3}{2} \text{ و } u_{n+1} = (u_n - 1)^2 + 1 ; (n \in \mathbb{N})$$

(1) احسب u_1 و u_2

(2) أ- بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 \leq u_n \leq \frac{3}{2}$

ب- ادرس رتبة (u_n)

(3) أ- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$

ب- استنتج أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n - 1 \leq \frac{1}{2^{n+1}}$

التمرين 2 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{-1 + 2u_n}{u_n} \text{ و } u_0 = 2$$

ونضع لكل n من \mathbb{N} $v_n = \frac{1}{-1 + u_n}$

(1) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددًا عناصرها.

(2) حدد v_n ثم u_n بدلالة n

(3) أحسب $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ بدلالة n

التمرين 3 :

لتكن (u_n) و (v_n) المتتاليتين العدديتين الموجبتين قطعاً

والمعرفتين بما يلي : $u_0 = 1$ و $v_0 = 2$ و $u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n}$

$$v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} .$$

(1) احسب u_1 و v_1

(2) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \leq v_n$

(3) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية

(4) بين أن المتتالية (v_n) تناقصية

التمرين 4 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$(\forall n \in \mathbb{N}). u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2} \text{ و } u_0 = 1$$

(1) احسب u_1 و u_2

(2) نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية

ب- حدد v_n ثم u_n بدلالة n

التمرين 5 :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و

$$(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2u_n + 3}$$