تمرين 1:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x)=(x+1)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

1- أ) تحقق أن : $D_f=]-\infty,-1]\cup]1,+\infty[$

ب) احسب نهايات f عند محدات D_f

2- أ) ادرس قابلية اشتقاق f على اليسار في -1 .

ب) بين أن لكل x من $Df=]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$

ج) اعط جدول تغيرات الدالة f.

3- ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i};\vec{j})$.

أ) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x+2$ مقارب مائل ل (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ب) انشىء (C) .

تمرين 2:

لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-\infty,4]$ بما يلي :

$$f(x)=x-4+2\sqrt{4-x}$$

(C) هو منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(0,\vec{i},\vec{j})$

1- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

2- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار $x_0=4$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصلة .

3- أ) بين أنه لكل x من $]-\infty,4[$: $f'(x)=\frac{\sqrt{4-x}-1}{\sqrt{4-x}}$

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات f .

4- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

5- حدد نقط تقاطع المنحنى (C) ومحور الأفاصيل .

6- اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الأفصول 0.

7- احسب $f(-5)$ ثم انشىء المستقيم (T) والمنحنى (C) (الوحدة 1cm) .

تمرين 3:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة ب : $f(x)=\frac{1}{x^2+x}-\sqrt{x^2+x}$

و (C) منحناها في معلم متعامد منظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- بين أن $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ هي مجموعة تعريف الدالة f .

2- حدد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$

3- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $x=-\frac{1}{2}$ هو محور تماثل ل (C) .

4- بين أن $(\forall x\in]0,+\infty[)\ ;\ f'(x)=-(2x+1)\left(\frac{1}{(x^2+x)^2}+\frac{1}{2\sqrt{x^2+x}}\right)$

5- ضع جدول تغيرات الدالة f في المجال $]0,+\infty[$.

6- حدد الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $+\infty$

7- حل في $]0,+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$.

8- أنشيء (C).

تمرين 4:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{2x+1}}$

(C) منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- حدد D حيز تعريف f واحسب نهايتي f عند محدي D .

2- حدد الفرعين اللانهائيين ل (C) .

3- أ- احسب $f'(x)$ وتحقق أنه لكل x من D : $f'(x)=x(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$

ب- حدد جدول تغيرات f .

4- أ- احسب $f''(x)$ لكل x من D .

ب- بين أن $A\left(1,\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ نقطة انعطاف (C) .

5- أنشيء (C) وحدة القياس : 2 cm.

6- لتكن g قصور f على المجال $I=\left]-\frac{1}{2},0\right]$

أ- بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده .

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين 5:

I- نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x بحيث : $h(x)=3x-4x\sqrt{x}-\frac{1}{4}$

1- اعط جدول تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}^+$.

2- استنتج أن : $h(x)\leq 0 \quad (\forall x\in\mathbb{R}^+)$

II- لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :

$$f(x)=(4x-1)\sqrt{x}-4x^2+\frac{1}{2}$$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $R=(O,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة : 2 cm

1- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة $x_0=0$ على اليمين واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .

2- أ) بين أن : $f'(x)=\frac{2h(x)}{\sqrt{x}} \quad (\forall x\in\mathbb{R}^{*+})$

ب) اعط جدول تغيرات f (لحساب نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $+\infty$ يمكنك استعمال المتساوية : $f(x)=x^2\left(\frac{4}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}-4+\frac{1}{2x^2}\right)$ لكل x من $\mathbb{R}^{*+}$) .

ج) ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) .

3- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=\left[\frac{1}{4},+\infty\right[$.

أ) بين أن g تقابل من المجال I نحو مجال J يتم تحديده .

ب) استنتج أن المعادلة $g(x)=0$ $x\in I$ تقبل حلا وحيدا α ثم تحقق من أن $\frac{1}{2}<\alpha<\frac{3}{4}$

4- انشىء في نفس المعلم R المنحنى (C) الممثل للدالة f والمنحنى (Γ) الممثل للدالة العكسية g^{-1} للدالة g (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها $\frac{1}{4}$) .

تمرين 6:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

1- حدد نهاية f عند $+\infty$ ونهايتها عند $-\infty$

2- أ) ادرس قابلية إشتقاق الدالة f على اليمين في 1 وعلى اليسار في -1 واعط تأويلا هندسيا للنتيجتين .

ب) حدد الدالة المشتقة للدالة f .

ج) بين أن $f'(x)>0$ لكل x من $]1,+\infty[$ وأن $f'(x)<0$ لكل x من $]-\infty,-1[$

د) ضع جدول تغيرات f.

3- أ) بين أن المستقيم ذا المعادلة $y=2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

ب) أنشىء المنحنى (C).

4- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=[1,+\infty[$.

أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال ينبغي تحديده .

ب) انشىء المنحنى الممثل للدالة g^{-1} في المعلم أعلاه .

تمرين 7:

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = 2x - \frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$

و (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- أ-) حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

ب-) بين أن الدالة f فردية . نأخذ $I =]0,+\infty[$ مجال دراسة الدالة f .

2- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$

3- أ-) بين أنه لكل x من I : $f(x)-(2x-1) = \frac{-3}{x\left(x+\sqrt{x^2+3}\right)}$

ب-) استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب مائل بجوار $+\infty$.

ج-) حدد وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) على I .

4- أ-) بين أنه لكل x من I : $f'(x) = 2 + \frac{3}{x^2\sqrt{x^2+3}}$

ب-) ضع جدول تغيرات الدالة f على I .

5- أ-) حدد نقطة تقاطع (C) مع محور الأفاصيل على المجال I. ثم اعط معادلة المماس للمنحنى (C) في هذه النقطة .

ب-) نقبل أن إشارة $f''(x)$ هي عكس إشارة x لكل x من D . وأن قيمة مقربة للعدد الموجب α الذي يحقق $f(\alpha) = \alpha$ هي 1,52 . أنشيء (C) . (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$)

معللا إنشاءك على المجال $]-\infty,0[$.

6- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0,+\infty[$.

أ-) بين أن g تقابل من I نحو مجال ينبغي تحديده .

ب-) أنشيء (C') منحنى g^{-1} الدالة العكسية للدالة g (في نفس المعلم).

تمرين 8:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[-2,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = 2\sqrt{(x+2)(x-3)^2}$

1- أ-) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب-) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x>-2}} \frac{f(x)}{x+2}$ و $\lim\limits_{\substack{x\to3\\x>3}} \frac{f(x)}{x-3}$ و $\lim\limits_{\substack{x\to3\\x<3}} \frac{f(x)}{x-3}$

2- أ-) بين أن إشارة $f'(x)$ على $]-2,3[$ هي إشارة $(1-2x)$ ، وأن f' موجبة قطعا على $]3,+\infty[$

ب-) اعط جدول تغيرات الدالة f .

3- ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

وليكن (D) المستقيم ذا المعادلة $y = 2x - 1$.

أ-) بين أن المستقيم (D) مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

ب-) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على المجال $]3,+\infty[$

ج-) ارسم (C) .

تمرين 9:

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$

1- حدد D مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2- بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ وأول النتيجة هندسيا .

3- ادرس قابلية اشتقاق f في -2 على اليسار و في 0 على اليمين .

4- أ) بين أنه لكل x من $]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$ لدينا : $f'(x) = \dfrac{x+1+\sqrt{x^2+2x}}{\sqrt{x^2+2x}}$

ب) استنتج أن f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$ وتناقصية قطعا على $]-\infty,-2]$

5- ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

أ) بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

ب) أنشيء (C) .

6- ليكن g قصور الدالة f على $[0,+\infty[$

أ) بين أن g تقابل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال J ينبغي تحديده .

ب) لكل x من J حدد $g^{-1}(x)$ بدلالة x .

تمرين10:

وليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$

a-1 حدد D حيز تعريف الدالة f .

b-احسب كلا من النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) \text{ و } \lim_{x\to 0^+} f(x) \text{ و } \lim_{x\to -\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x\to +\infty} f(x)$$

a-2 – تحقق من أن :

$$\forall x \in D : f(x) - \left(\frac{x+1}{2x}\right) = \frac{x+1}{2x}\left(\frac{27}{\sqrt{x^2+27}+x}\right)$$

b- استنتج أن المستقيم $(\Delta_1): y = \dfrac{x+1}{2}$ مقارب مائل ل (C) بجوار $+\infty$

C – بين أن $(\Delta_2): y = -\dfrac{x+1}{2}$ مقارب مائل ل (C) بجوار $-\infty$

a-3- بين أن $f'(x) = \dfrac{x^3-27}{2x^2\sqrt{x^2+27}}$ لكل x من D .

b- تحقق من أن f تزايدية على المجال $[3,+\infty[$ وتناقصية على كل من المجالين $]-\infty,0[$ و $]0,3]$.

c- اعط جدول تغيرات الدالة f .

a-4 – حدد تقاطع (C) مع محور الأفاصيل.

b- نقبل أن $A(x_0,y_0)$ حيث $x_0 \approx -5,2$ و $y_0 \approx 2,9$ هي نقطة الانعطاف الوحيدة للمنحنى (C) وأن f'(x) سالبة على المجال $[x_0,0[$ وموجبة على كل من المجالين $]-\infty,x_0]$ و $]0,+\infty[$. نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

أنشئ C .