الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2018

-الموضوع-

RS24

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية : "أ " و " ب "	المعامل	9

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين 1 يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5 ن)
- التمرين 2 يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
- التمرين 3 يتعلق بحساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين 4 يتعلق بالتحليل.....(10ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين 1: (3.5نقط)

نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية صفرها المصفوفة المنعدمة $O=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ و وحدتها المصفوفة $I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ و أن $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$ فضاء متجهي حقيقي بعده 4.

لكل $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ نضع $M(x,y)=\begin{pmatrix}x&y\\0&x\end{pmatrix}$ و نعتبر المجموعة $E=\{M(x,y)/(x,y)\in\mathbb{R}^2\}$

0.5 | 1- بين أن E زمرة جزئية للزمرة $(M_2(\mathbb{R}),+)$

0.5 | 2-أ) بين أن E فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$

0.25 | ب) بين أن بعد الفضاء المتجهي الحقيقي $(E,+,.)$ هو 2 .

0.25 | 3-أ) بين أن E مستقر بالنسبة للقانون " $\times$ "

0.5 | ب) بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية.

4- نعرف في $M_2(\mathbb{R})$ قانون التركيب الداخلي T بما يلي: لكل $M(x,y)$ و $M(x',y')$ من $M_2(\mathbb{R})$

$$M(x,y)TM(x',y')=M(x,y)\times M(x',y')-M(y,0)\times M(y',0)$$

ليكن φ التطبيق المعرف من $\mathbb{C}^*$ نحو E بما يلي: لكل عدد عقدي مكتوب على شكله الجبري $z=x+iy$ ، $\varphi(z)=M(x,y)$

0.25 | أ) بين أن E مستقر بالنسبة للقانون "T"

0.25 | ب) بين أن φ تشاكل من $(\mathbb{C}^*,\times)$ نحو (E,T)

0.25 | ج) نضع $E^*=E-\{O\}$. بين أن (E^*,T) زمرة تبادلية.

0.5 | 5-أ) بين أن القانون T توزيعي بالنسبة للقانون « + » في E .

0.25 | ب) بين أن $(E,+,T)$ جسم تبادلي.

التمرين 2: (3.5 نقط)

1- لكل عدد عقدي $z\in\mathbb{C}-\{i\}$ نضع: $h(z)=i\left(\frac{z-2i}{z-i}\right)$

0.5 | أ) تحقق من أن: $h(z)=z \Leftrightarrow z^2-2iz-2=0$

0.5 | ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E): z^2-2iz-2=0$

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$

نرمز ب a و b لحلي المعادلة (E) بحيث: $\mathrm{Re}(a)=1$

و لكل $z\in\mathbb{C}-\{i,a,b\}$ نعتبر النقط $M(z)$ و $M'(h(z))$ و $A(a)$ و $B(b)$ ذات الألحاق z و $h(z)$ و a و b بالتوالي.

0.75 أ) بين أن: $\dfrac{h(z)-a}{h(z)-b} = -\dfrac{z-a}{z-b}$

0.75 ب) استنتج أن: $\left(\overline{\overrightarrow{M'B},\overrightarrow{M'A}}\right) \equiv \pi + \left(\overline{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA}}\right) \ [2\pi]$

0.5 3-أ) بين أنه إذا كانت النقط M و A و B مستقيمية فإن النقط M و A و B و M' مستقيمية.

0.5 ب) بين أنه إذا كانت النقط M و A و B غير مستقيمية فإن النقط M و A و B و M' متداورة.

التمرين 3: (3 نقط)

نرمي قطعة نقدية غير مغشوشة في الهواء 10 مرات متتالية.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل نتيجة ممكنة بتردد ظهور الوجه"Pile"

(أي عدد مرات الحصول على"Pile" مقسوم على10)

1 1-أ) حدد القيم الممكنة للمتغير X.

1 ب) احسب احتمال الحدث: $\left[X = \dfrac{1}{2}\right]$.

1 2- ما هو احتمال الحدث: X أكبر من أو يساوي $\dfrac{9}{10}$ ؟

التمرين 4: (10 نقط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي:

$$f(0)=0 \quad \text{و} \quad f(x)=\sqrt{x}(\ln x)^2 \ (x>0)$$

ليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.5 1-أ) بين أن f متصلة على اليمين في 0 (يمكن ملاحظة أن $f(x)=\left(4x^{\frac{1}{4}}\ln\left(x^{\frac{1}{4}}\right)\right)^2$).

0.75 ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها.

0.75 2-أ) ادرس اشتقاق f على اليمين في 0 ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها.

0.75 ب) بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم احسب $f'(x)$ لكل $x>0$.

1 ج) ادرس تغيرات الدالة f على $[0,+\infty[$. استنتج أن: $0 \le \sqrt{x}(\ln x)^2 \le \left(\dfrac{4}{e}\right)^2 \quad (\forall x \in]0,1])$

0.5 د) أنشئ المنحنى (C) (نأخذ: $\|\vec{i}\| = 2cm$).

3- لكل $x \ge 0$ نضع: $F(x)=\int_x^1 f(t)\,dt$

0.5 أ) بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال $[0,+\infty[$.

1 ب) احسب $F'(x)$ لكل $x \ge 0$. استنتج رتابة F على $[0,+\infty[$.

4-أ) باستعمال طريقة المكاملة بالأجزاء احسب $\int_x^1 \sqrt{t}\ln t.dt$ لكل $x>0$.	0.75
ب) بين أن لكل $x>0$: $F(x)=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}(\ln x)^2+\frac{8}{9}x\sqrt{x}\ln x-\frac{16}{27}x\sqrt{x}+\frac{16}{27}$	0.75
ج) استنتج مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) و المستقيمات المعرفة بالمعادلات: $x=0$ و $x=1$ و $y=0$	1
5- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع: $u_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} f(x)dx$ 0	
أ) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ محدودة و رتيبة قطعا.	1
ب) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.	0.75

انتهى