الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2020

- عناصر الإجابة –

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NR 24

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

إنتباه:إذا أنجز المترشح التمرينين الاختياريين (بشكل كلي أو جزئي) تحتسب له فقط أحسن نقطة محصلة من بين النقطتين و ليس مجموع النقطتين.

التمرين1		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	إذا كان d قاسما مشتركا موجبا للعددين x و13 فإنه قاسم مشترك للعددين 13 و5 ، و منه $d=1$	0.5
	ب)	13 أولي و لا يقسم x و نطبق مبرهنة فيرما	0.5
	ج)	لدينا:$7x^3 \equiv 5 \ [13]$ إذن$x^3 \equiv 2 \ [13]$ لأن: $2 \times 7 \equiv 1 \ [13]$	1
	د)	لدينا:$x^3 \equiv 10 \ [13]$ إذن$(x^3)^4 \equiv 10^4 \ [13]$ و منه $x^{12} \equiv 3 \ [13]$	0.5
-2		إذا كان $(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ حلا للمعادلة(D) فإنه حسب السؤال 1- لدينا$x^{12} \equiv 1 \ [13]$ و $x^{12} \equiv 3 \ [13]$ إذن $3 \equiv 1 \ [13]$ و هذا غير ممكن.	1

التمرين2		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	استقرار E في$(M_2(\mathbb{C}),\times)$	0.5
	ب)	البرهان على عدم تبادلية الضرب في E	0.5
	ج)	التحقق	0.5
-2		$(E,\times)$ زمرة غير تبادلية	0.5
-3	أ)	j تشاكل	0.5
	ب)	j تشاكل و $F=(\mathbb{C}^*)$ j و$(\mathbb{C}^*,\times)$ زمرة تبادلية.....0.5	1
		العنصر المحايد هو $I=(1)$ j.....0.5	

التمرين3	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
الجزء الأول:		
-1	لدينا: $(E) \Leftrightarrow (z-m)(z^2-mz+m^2)=0$ بالإضافة إلى الحل m نجد الحلين: $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}m=e^{i\frac{\pi}{3}}m$ و $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}m=e^{-i\frac{\pi}{3}}m$	

-2	أ)	لدينا: $\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{z_1+z_2}{z_1z_2}=\frac{m}{m^2}$	0.25
	ب)	نجد $z_1=i\sqrt{3}$ و $z_2=\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right)$	0.5
الجزء الثاني:			
-1		النقط O و A و B غير مستقيمية	0.25
-2	أ)	حساب p 0.5	1
		حساب r 0.5	
	ب)	حساب q	0.5
-3		لدينا: $\frac{p-r}{q}=i$ و نستنتج أن: $OQ=PR$ 0.25	0.5
		$(OQ)\wedge(PR)$ 0.25	

التمرين4		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
الجزء الأول:			
-1		$\ln(x+1)-\ln x=\frac{1}{c_x}$; $\exists c_x\in]x;x+1[$ 0.25	0.5
		التأطير: $\frac{1}{x+1}<\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)<\frac{1}{x}$ 0.25	
-2	أ)	لدينا: $\frac{x^2}{1+x}<\frac{f(x)}{x}<x$ إذن $\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0$	0.5
	ب)	لدينا: $\frac{x^2}{1+x}<\frac{f(x)}{x}$ إذن $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب	0.5
-3	أ)	الدالة قابلة للاشتقاق 0.25	0.75
		حساب $f'(x)$ 0.25	
	ب)	لدينا: $\frac{1}{1+x}>0$ $\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\frac{1}{3(1+x)}>\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\frac{1}{1+x}$ إذن: $f'(x)>0$	0.5
	ج)	جدول تغيرات f	0.25
-4	أ)	حساب $g'(x)$ 0.5	0.75

		لدينا: $\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\frac{1}{1+x} > 0$ إذن: $\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\frac{1}{2(1+x)} > 0$ $g'(x) > 0$ 0.25	
	ب)	مبرهنة القيم الوسيطية تعطي وجود a و الرتابة القطعية للدالة g تعطي وحدانيته أو كذلك g تقابل من $]0;+\infty[$ إلى $]0;+\infty[$ 0.25	0.5
		نتحقق من $g(1) < 1 < g(2)$ 0.25	
	د)	حلول المعادلة: $g(x) = x$ أو $f(x) = x \Leftrightarrow x = 0$ أو $x = 1$	0.5
-5	أ)	إنشاء المنحنى	0.5
	ب)	f تقابل من I نحو I	0.25
الجزء الثاني:			
-1		الترجع و f^{-1} تزايدية و كون $f^{-1}(a) = a$ و $f^{-1}(0) = 0$	0.5
-2	أ)	$g(]0;a[) =]0;1[$	0.5
	ب)	من أجل $0 < x < a$، لدينا $0 < g(x) < 1$ بما أن $0 < u_n < a$ فإن $0 < f(u_n) < u_n$ إذن: $0 < u_n < f^{-1}(u_n) = u_{n+1}$	0,5
	ج)	متتالية تزايدية و مكبورة	0.25
-3		إذا وضعنا: $l = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ فإن $0 < u_0 \le l \le a$ لأن $0 < u_0 < u_n < a \quad ; \quad (\forall n \ge 1)$ و بما أن f^{-1} متصلة على $[0;a]$ (و بالخصوص في l) فإن l هي حل المعادلة $f(x) = x$ إذن $l = a$	0.5
الجزء الثالث:			
-1	أ)	لدينا $f(x) \ge 0$ اذن F موجبة من أجل $0 \le x \le 1$ و سالبة من أجل $x \ge 1$	0.5
	ب)	F قابلة للاشتقاق على I 0.25	0.5
		و $F'(x) = -f(x) \quad ; \quad (\forall x \in I)$ 0.25	
	ج)	$F'(x) = -f(x) < 0 \quad ; \quad (\forall x \in I)$ و $F'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$	0.25
-2	أ)	لدينا: $f(x) \ge \ln 2 \quad ; \quad \forall x \ge 1$ ادن $\int_1^x f(t)dt \ge (x-1)\ln 2$	0.5
	ب)	$\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = -\infty$	0.25
-3	أ)	مكاملة بالأجزاء	0.5
	ب)	$\int_x^1 \frac{t^3}{t+1}dt = \frac{5}{6} - \ln 2 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln(1+x)$	0.5
	ج)	المتساوية	0.5

	د)	$\lim_{x \to 0^+} F(x) = \frac{5}{24}$ 0.25	0.5
		F متصلة على اليمين في 0 إذن: $\int_0^1 f(t)dt = F(0) = \lim_{x \to 0^+} F(x) = \frac{5}{24}$ 0.25	
-4	أ)	تطبيق مبرهنة أو متفاوتة التزايدات المنتهية على الدالة F في المجال $\left[\frac{k}{n}, \frac{2k+1}{2n}\right]$ مع $f\left(\frac{k}{n}\right) \leq f(x) \leq f\left(\frac{2k+1}{2n}\right)$; $\forall x \in \left[\frac{k}{n}, \frac{2k+1}{2n}\right]$	0.5
	ب)	نلاحظ أن: $\frac{2k+1}{2n} < \frac{k+1}{n}$	0.5
	ج)	$\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{k=n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$ و $\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{k=n-1} f\left(\frac{k+1}{n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ مجاميع ريمان المرتبطة بالدالة f المتصلة على القطعة $[0,1]$ اذن المتتاليتين $\left(\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{k=n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)\right)_n$ و $\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} f\left(\frac{k}{n}\right)\right)_n$ متقاربتين و لهما نفس النهاية التي هي $F(0) = \int_0^1 f(x)dx = \frac{5}{24}$ و منه المتتالية (v_n) متقاربة (خاصية تلأطير النهايات) و نهايتها $-\frac{1}{2}F(0) = -\frac{5}{48}$	0.25