



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع

7	المعامل:	NS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:		شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الشعب(ة) أو المسلك :

معلومات عامة

يسنح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؟

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؟

- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات و الصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان) ؟

- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؟

- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؟

- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من ترين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و توزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة المنوحة	المجال	التمرين
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الخامس

بالنسبة للتمرين الرابع (السؤال الثالث) ، يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1, 0, 3)$ و $B(3, 0, 0)$ و $C(7, 1, -3)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$.

1) بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ واستنتج أن $3x + 4z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

2) بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها $(3, 1, 0)$ وشعاعها 5.

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω العمودي على المستوى (ABC) .

$$\begin{aligned} & \text{أ - بين أن : } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} \quad (t \in IR) \\ & \text{ب - بين أن المستقيم } (\Delta) \text{ يقطع الفلكة } (S) \text{ في النقطتين } E(6, 1, 4) \text{ و } F(0, 1, -4). \end{aligned}$$

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$.

2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي أحقافها على التوالي هي : $c = 7 - 3i$ و $b = 3 + i$ و $a = 3 - i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
أ - بين أن : $z' = iz + 2 - 4i$.

ب - تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c' = 5 + 3i$.

ج - بين أن : $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتاج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $|BC| = 2|BC'|$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدين التاليين :
 A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " و B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل ".

$$\text{بين أن } P(B) = \frac{41}{42} \text{ و } P(A) = \frac{1}{2}$$

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ - تتحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3.

$$\text{ب - بين أن } P(X = 0) = \frac{1}{6} \text{ و } P(X = 2) = \frac{3}{10}$$

ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ لكل n من \mathbb{N}

1) بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} 0.75

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ لكل n من \mathbb{N}

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} 1

ب - بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ثم استنتاج أن $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ 0.75

3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ حيث $w_n = \ln(u_n)$ هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

التمرين الخامس (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1) بين أن : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من \mathbb{R} 0.5

2) بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ وتناقصية على المجال $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right]$ 0.5

أ - بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$ ثم تحقق من أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ 0.5

ب - استنتاج أن $g(x) > 0$ لكل x من \mathbb{R} 0.25

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

ولتكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) 0.5

1) احسب $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (ذكر أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$) 1

2) بين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتاج أن الدالة f تزايدية قطعاً على \mathbb{R} 0.75

3) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتاج أن (C) يقبل فرعاً شلجمياً في اتجاه محور الأراتيب . 0.75

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتاج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x+1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$. 0.5

ج - حدد زوج إحداثي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم 0.5

(Δ) على المجال $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right]$ و فوق المستقيم (Δ) على المجال $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right]$

أ - بين أن $x = y$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة O . 0.25

ب - بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أقصولها $\frac{1}{2}$ (تحديد أرتب نقطة الانعطاف غير مطلوب) . 0.25

5) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 0.75

6) أ - باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 (2x-1)e^{2x} dx = 1$ 1

ب - احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C) 0.5

والمستقيمين اللذين معادلتها $x=0$ و $x=1$.