المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2013
الموضوع

NS22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المترشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

الموضوع

التمرين الأول (3ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$ و $\Omega(1,1,-1)$ و الفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها 3

1) أ- بين أن $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ و تحقق من أن $x+y-z=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) — 1

ب- تحقق من أن $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$ ثم بين أن (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$ — 1

2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (OAB)

أ- بين أن : $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$ $(t\in IR)$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) — 0.5

ب- حدد مثلوث إحداثيات مركز الدائرة (Γ) — 0.5

التمرين الثاني (3ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a=7+2i$ و $b=4+8i$ و $c=-2+5i$

1) أ- تحقق من أن $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ و بين أن $\frac{c-a}{b-a}=1+i$ — 0.75

ب- استنتج أن $AC=AB\sqrt{2}$ وأعط قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ — 1

2) ليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $d=10+11i$ — 0.75

ب- احسب $\frac{d-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط B و C و D مستقيمية . — 0.5

التمرين الثالث (3ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : خمس كرات حمراء وثلاث كرات خضراء وكرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين : A : " الحصول على كرتين حمراوين و كرتين خضراوين " — 1.5

B : " لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة "

بين أن $P(A)=\frac{1}{7}$ و $P(B)=\frac{1}{3}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 — 0.25

ب- بين أن $P(X=1)=\frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X — 1.25

التمرين الرابع (3ن)

لتكن $(u_n)_{n\in IN^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_1=0$ و $u_{n+1}=\dfrac{25}{10-u_n}$ لكل n من IN^*

1 **1)** تحقق من أن $5-u_{n+1}=\dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ لكل n من IN^* و بين بالترجع أن $5-u_n>0$ لكل n من IN^*

2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in IN^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n=\dfrac{5}{5-u_n}$ لكل n من IN^*

0.75 أ- بين أن $v_{n+1}=\dfrac{10-u_n}{5-u_n}$ لكل n من IN^* ثم تحقق من أن $v_{n+1}-v_n=1$ لكل n من IN^*

1 ب- بين أن $v_n=n$ لكل n من IN^* و استنتج أن $u_n=5-\dfrac{5}{n}$ لكل n من IN^*

0.25 ج- حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الخامس (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=(x-2)^2e^x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $1\,cm$)

0.25 **1)** أ - بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

0.5 ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه.

0.25 **2)** أ - تحقق من أن $f(x)=x^2e^x-4xe^x+4e^x$ لكل x من IR

0.5 ب- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ و أول هذه النتيجة هندسيا (نذكر أن $\lim\limits_{x\to-\infty}x^ne^x=0$ لكل n من IN^*)

0.75 **3)** أ- بين أن $f'(x)=x(x-2)e^x$ لكل x من IR

1 ب- بين أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[2,+\infty[$ وأن الدالة f تناقصية على المجال $[0,2]$

0.5 ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على IR

1 **4)** أ- بين أن $f''(x)=(x^2-2)e^x$ لكل x من IR ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما غير مطلوب .

1 ب- أنشئ (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 **5)** أ- بين أن $H:x\mapsto(x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto xe^x$ على IR ثم احسب $\int_0^1 xe^x\,dx$

0.75 ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن: $\int_0^1 x^2e^x\,dx=e-2$

0.5 ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ هي $5(e-2)\ cm^2$

0.5 **6)** استعمل المنحنى (C) لإعطاء عدد حلول المعادلة : $x^2=e^{-x}+4x-4\ ,\ x\in IR$