

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

الموضوع



RS22

3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المرشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الخامس ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها هو $\sqrt{3}$
- (1) بين أن $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S) 0.75
- (2) أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ واستنتج أن $x - y - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 0.75
- ب- احسب المسافة $d(\Omega, (ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في A 0.75
- (3) ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω والعمودي على (ABC)
- أ- بين أن $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) 0.25
- ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني (3 ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 8z + 25 = 0$ 0.75
- (2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A و B و C التي
- أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T هو $d = 10 + 9i$ و $a = 4 + 3i$ و $b = 4 - 3i$ و $c = 10 + 3i$ والإزاحة T التي متجهتها $\overrightarrow{BC}$ 0.75
- ب- تحقق من أن $\frac{b-a}{d-a} = -\frac{1}{2}(1+i)$ ثم اكتب العدد العقدي $-\frac{1}{2}(1+i)$ على الشكل المثلثي. 1
- ج- بين أن $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$ 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$ لكل n من $\mathbb{N}$
- (1) تحقق من أن $u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(u_n - 1)$ لكل n من $\mathbb{N}$ 0.5
- (2) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$ 0.5
- ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . 0.5
- ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.25
- (3) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من $\mathbb{N}$
- أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n 0.5
- ب- بين أن $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75

يحتوي كيس على 9 بیدقات : أربع بیدقات بیضاء و ثلاث بیدقات سوداء و بیدقتان خضراوان .
 (لا یمكن التمييز بین البیدقات باللمس)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس .

(1) نعتبر الحدثين A : " الحصول على ثلاث بیدقات من نفس اللون " و B : " الحصول على ثلاث بیدقات مختلفة اللون مثنى مثنى " .

$$\text{بين أن } P(A) = \frac{5}{84} \text{ و } P(B) = \frac{2}{7}$$

(2) لیكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البیدقات السوداء المسحوبة .

أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3

$$\text{ب- بین أن } P(X=2) = \frac{3}{14} \text{ و } P(X=1) = \frac{15}{28}$$

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرین الخامس (8 ن)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - x - \ln x$

(1) أ- تحقق من أن $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- بین أن $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ واستنتج أن الدالة g تناقصية على $[0,1]$ و تزايدية على $[1, +\infty[$

(2) بین أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) .

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$

و لیكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 1 cm) .

(1) أ- بین أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أول هندسيا هذه النتيجة .

ب- بین أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (لاحظ أن $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln x}{x} \right)^2 \right)$)

ج- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

(2) أ- بین أن $f'(x) = 2 \left(\frac{x^2 - \ln x}{x} \right)$ لكل x من $]0, +\infty[$.

ب- تحقق من أن $\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln x}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ و استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0, +\infty[$

(3) أ- بین أن $y = 2x - 2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1,0)$

ب- أنشئ في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المستقيم (T) والمنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة هي A)

(4) أ- تحقق من أن $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على $]0, +\infty[$ ثم بین أن $\int_1^e \ln x dx = 1$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بین أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

ج- بین أن مساحة حيز المستوى المحصور بین (C) ومحور الأفصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$

$$\text{و } x = e \text{ هي } \frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) \text{ cm}^2$$