الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2020

- الموضوع –

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NS 22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	4 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	5 نقط
التمرين الثالث	النهايات و الاشتقاق و حساب التكامل	4 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية	7 نقطة

- نرمز ب $\overline{z}$ لمرافق العدد العقدي z
- $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

التمرين الأول (4 نقط):

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+5}$ لكل n من IN

1) احسب u_1 — 0.25

2) بين بالترجع أن لكل n من IN ، $u_n>0$ — 0.5

3) أ) بين أن $0<u_{n+1}\leq\frac{2}{5}u_n$ لكل n من IN ، ثم استنتج أن $0<u_n\leq\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من IN — 1

ب) احسب النهاية $\lim u_n$ — 0.5

4) نعتبر (v_n) المتتالية العددية المعرفة ب $v_n=\frac{4u_n}{2u_n+3}$ لكل n من IN

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ — 0.75

ب) حدد v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n لكل n من IN — 1

التمرين الثاني (5 نقط) :

1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E):\ z^2-2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z+16=0$

أ) تحقق من أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=-4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$ — 0.5

ب) استنتج حلي المعادلة (E) — 1

2) نعتبر الأعداد العقدية : $a=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$ و $b=1+i\sqrt{3}$ و $c=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

أ) تحقق من أن $b\overline{c}=a$ و استنتج أن $ac=4b$ — 0.75

ب) أكتب العددين العقديين b و c على الشكل المثلثي — 0.5

ج) استنتج أن $a=4\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$. — 0.5

3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي b و c و d ، حيث $d=a^4$.

ليكن z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{12}$.

أ) تحقق أن $z'=\frac{1}{4}az$ — 0.5

ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R — 0.25

ج) حدد طبيعة المثلث OBC . — 0.25

د) بين أن $a^4=128b$ و استنتج أن النقط O و B و D مستقيمية — 0.75

التمرين الثالث (4 نقط) :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2\sqrt{x}-2-\ln x$

1) أ) بين أن لكل x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$ — 0.5

ب) بين أن الدالة g تزايدية قطعا على المجال $[1;+\infty[$ — 0.5

ج) استنتج أن لكل x من المجال $[1;+\infty[$ ، $0\le \ln x\le 2\sqrt{x}$ (لاحظ أن $2\sqrt{x}-2\le 2\sqrt{x}$) — 0.5

د) بين أن لكل x من المجال $[1;+\infty[$ ، $0\le \dfrac{(\ln x)^3}{x^2}\le \dfrac{8}{\sqrt{x}}$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^3}{x^2}$ — 1

2) أ) بين أن الدالة G المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $G(x)=x\left(-1+\dfrac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)$ هي دالة أصلية للدالة g — 0.75

ب) احسب التكامل $\int_1^4 g(x)dx$ — 0.75

المسألة (7 نقط) :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=-x+\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right)$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : 2cm)

1) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ — 0.5

2) أ) برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+\dfrac{5}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ — 0.5

ب) حل المعادلة $e^{x-2}-4=0$ ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت (Δ) على المجال $[2+\ln 4,+\infty[$ و فوق (Δ) على المجال $]-\infty,2+\ln 4]$ — 0.75

3) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا — 0.5

4) أ) بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-\left(e^{x-2}-1\right)^2$ — 0.5

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f — 0.25

5) احسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن $A(2,2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) — 0.75

6) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $2+\ln 3<\alpha<2+\ln 4$ — 0.5

7) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ القيمتين المقربتين التاليتين : $\ln 2\simeq 0,7$ و $\ln 3\simeq 1,1$) — 1

8) أ) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$ — 0.5

ب) أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى الممثل للدالة f^{-1} (لاحظ أن المستقيم (Δ) عمودي على المنصف الأول للمعلم) — 0.75

ج) أحسب $\left(f^{-1}\right)'(2-\ln 3)$ (لاحظ أن $f^{-1}(2-\ln 3)=2+\ln 3$) — 0.5