

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques

Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition $P: \forall a \in \mathbb{R}_+^*; a + \frac{1}{a} \geq 2$. Donner la négation et le tableau de vérité de P .	P : P est
Q2	Soit la proposition A : "Il existe un polynôme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ à coefficients a, b, c et d dans \mathbb{Z} tel que $P(1) = 1$ et $P(2015) = 2$ ". En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si A est vraie ou A est fausse.	A est
Q3	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1?	
Q4	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi}{7}i}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S =$
Q5	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z =$ $\theta =$
Q6	Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \dots + \frac{1}{n+n^2}$.	$\lim_n u_n =$
Q7	Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =$ $f^{-1}(x) =$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) =$
Q10	Soient $f(x) = \tan(x)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par C_f et les droites $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$.	$A =$
Q11	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx$, $\forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n =$
Q12	Soit S la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent \mathcal{P} à S au point $O(0,0,0)$.	$(E):$
Q13	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $(\sqrt{x})^x = x^{\sqrt{x}}$.	$S =$
Q14	Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 =$
Q15	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P =$
Q16	On considère un rectangle de longueur x . Déterminer la valeur minimale P_m du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100.	$P_m =$
Q17	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$.	$S =$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = - 1pt

Q18. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: "\exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B"$. Alors

<input type="checkbox"/>	$(1, 0) \in D$ et P est vraie	<input type="checkbox"/>	$(0, 1) \in D$ et P est vraie	<input type="checkbox"/>	P est fausse	<input type="checkbox"/>	aucune des trois réponses
--------------------------	---------------------------------	--------------------------	---------------------------------	--------------------------	----------------	--------------------------	---------------------------

Q19. Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n; \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right); \forall n \geq 1$. La suite (v_n) est

<input type="checkbox"/>	arithmétique	<input type="checkbox"/>	géométrique de raison $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	constante	<input type="checkbox"/>	aucune des trois réponses
--------------------------	--------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	-----------	--------------------------	---------------------------

Q20. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

<input type="checkbox"/>	f est bornée au voisinage de $-\infty$.	<input type="checkbox"/>	f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$.	<input type="checkbox"/>	f est bornée au voisinage de $+\infty$.	<input type="checkbox"/>	aucune des trois réponses
--------------------------	--	--------------------------	--	--------------------------	--	--------------------------	---------------------------

Q21. Pour quelle valeur de a la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in]0, +\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

<input type="checkbox"/>	$a = -1$	<input type="checkbox"/>	$a = \ln(2)$	<input type="checkbox"/>	$a = 1$	<input type="checkbox"/>	$a = 0$
--------------------------	----------	--------------------------	--------------	--------------------------	---------	--------------------------	---------

Q22. La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0, 1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

<input type="checkbox"/>	un unique point	<input type="checkbox"/>	deux points	<input type="checkbox"/>	aucun point	<input type="checkbox"/>	aucune des trois réponses
--------------------------	-----------------	--------------------------	-------------	--------------------------	-------------	--------------------------	---------------------------

Q23. Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit \mathcal{C} sa courbe représentative. Alors

<input type="checkbox"/>	f est dérivable à gauche de 0	<input type="checkbox"/>	f est dérivable à droite de 0	<input type="checkbox"/>	f admet une demi-tangente verticale au point $A(0, 1)$ dirigée vers le haut	<input type="checkbox"/>	f admet une demi-tangente verticale au point $A(0, 1)$ dirigée vers le bas
--------------------------	---------------------------------	--------------------------	---------------------------------	--------------------------	---	--------------------------	--

Q24. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative \mathcal{C}_f de f

<input type="checkbox"/>	admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$	<input type="checkbox"/>	admet une asymptote oblique en $+\infty$	<input type="checkbox"/>	est au-dessus de la droite $y = 0$	<input type="checkbox"/>	aucune des trois réponses
--------------------------	--	--------------------------	--	--------------------------	------------------------------------	--------------------------	---------------------------

Q25. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 1)e^x$. Sa courbe représentative \mathcal{C}_f

<input type="checkbox"/>	est convexe	<input type="checkbox"/>	est concave	<input type="checkbox"/>	admet un maximum local en 0	<input type="checkbox"/>	admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$
--------------------------	-------------	--------------------------	-------------	--------------------------	-----------------------------	--------------------------	--