| Concours commun d'accès en Première année de l'ENSAM | |
|---|---|
| Université Moulay Ismail Meknès<br>Ecole Nationale Supérieure<br>d'Arts et Métiers - Meknès | Université Hassan II Mohammedia-Casablanca<br>Ecole Nationale Supérieure<br>d'Arts et Métiers - Casablanca |

Filières : **Sciences Mathématiques A et B**

**Epreuve de Physique**
**Durée : 2h 15 min** le 29 Juillet 2013

- *L'épreuve contient 5 pages*
- *Répondre dans les deux feuilles : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen*
- *Calculatrice non autorisée*

**Physique I (Mécanique) :** Les parties I, II et III sont indépendantes.

L'objet de l'étude est un système, composé de 3 solides rigides (figure 1) qui sont un piston (un petit cylindre de masse $m_p$), une tige rigide inextensible (PQ) de longueur $l$, de masse négligeable et un bras (OP) homogène de longueur $R$ et de masse $m_b$, de moment d'inertie $I_b$ (par rapport à l'axe fixe (O,Δ)). La tige (PQ) permet de lier le piston avec le bras et reste tout le temps en liaison avec le bras (au point P) et avec le piston (au point Q). Le mouvement du piston est une translation suivant l'axe vertical $Ox$, celui du bras (OP) est une rotation d'axe fixe (O,Δ) avec une vitesse de rotation constante $\omega_0$ (rd/s). On note (figure 1):

- angle de rotation instantanée du bras: $\theta(t)$ ; angle d'inclinaison de la tige par rapport à Ox : $\beta(t)$ ,
- position instantanée du piston : $x(t)$ *telle que* $\overline{OQ}$ $x(t)\vec{i}$, avec $\vec{i}$ est le vecteur unitaire suivant $Ox$ ;
- Rapport des dimensions : $\varepsilon = R/l$ , L'accélération de la pesanteur : $\vec{g} = -g\vec{i}$ , avec $g$(m/s$^2$).
- Les forces de frottement appliquées sur le piston (à travers sa surface latérale) par son support sont interprétées par le vecteur $\vec{f} = -\lambda\dot{x}\vec{i}$ , où $\lambda$ est une constante positive donnée.

***Important*** *: La présente étude concerne seulement la plage de fonctionnement :* $0 \le \theta(t) \le \pi$ *, correspondant à la descente du piston.*

**Partie I :** *l'objet de cette partie consiste à déterminer le couple produit sur le bras lors de la descente du piston***.**

1. En se basant sur un raisonnement purement géométrique (relations dans le triangle OPQ), exprimer $\sin\beta$ en fonction de $\theta$ et $\varepsilon$ ; puis exprimer la position du piston $x(t)$ en fonction de $R$, $l$ et $\theta(t)$ .
2. Quelle approximation peut-on considérer pour que $x(t)$ peut s'écrire sous la forme : $x(t) \approx A\cos\theta(t) + B$, où $A$ et $B$ sont des constantes à identifier. *Cette approximation sera considérée dans la suite du problème et on écrit :* $x(t) = A\cos\theta(t) + B$.
3. Exprimer $\theta(t)$ (sachant que $\theta(t=0) = 0$ ), la vitesse $v(t)$ puis l'accélération $\gamma(t)$ du piston en fonction de $R$, $\omega_0$ et le temps $t$.

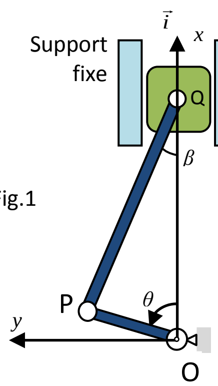


Fig.1

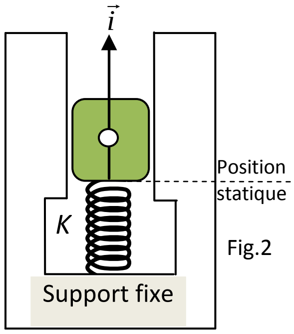


Fig.2

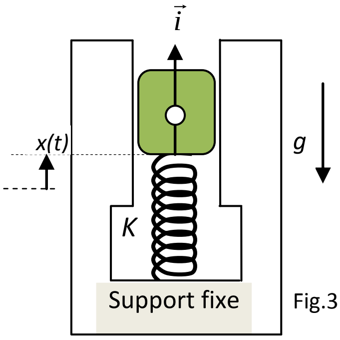


Fig.3

Dans la suite, on considère que le piston est soumis sur sa face supérieure à une force supplémentaire $\vec{F} = -F(t)\vec{i}$ , où $F(t) = F_0 \sin\theta(t)$ et $F_0$ est une constante positive donnée.

4. On désigne par $\vec{F}_{p/t}$ et $\vec{F}_{b/t}$ les forces appliquées sur la tige, respectivement par le piston (p) au point Q et par le bras (b) au point P. Etant donné que la masse de la tige (PQ) est négligeable, en appliquant le PFD (principe fondamental de la dynamique), trouver la relation entre ces deux forces en précisant leurs directions. Justifier la relation : $\vec{F}_{t/p}+\vec{F}_{p/t}=\vec{0}$, où $\vec{F}_{t/p}$ est la force appliquée par la tige (t) sur le piston (p) au point Q.
5. Au moyen d'un schéma (voir fiche des réponses), tracer le bilan des forces appliquées sur le piston. Respecter le sens du mouvement indiqué.
6. En appliquant le PFD et en tenant compte de l'approximation $\cos\beta \approx 1$, déterminer le module de la force $\vec{F}_{t/p}$, en fonction de $m_p$, g, $\dot{x}$, $\ddot{x}$, θ, $\lambda$ et $F_0$. En déduire le module de $\vec{F}_{t/b}$ (force de la tige (t) sur le bras (b) au point P).
7. En appliquant le PFD (équation des moments) au bras, déterminer le couple *C(t)* produit sur ce bras, lors de la descente du piston, en fonction de $m_p$, g, $\dot{x}$, $\ddot{x}$, $\theta$, $\ddot{\theta}$, $\lambda$, $F_0$, $R$, $I_b$, sachant que la distance du point O à la droite (PQ) est approximée par $h(t)=R\sin\theta$. Exprimer *C(t)* en fonction de $m_p$, g, $\lambda$, $F_0$, $R$, $\omega_0$ et le temps t.

**Partie II** : Dans l'objectif d'estimer les forces de frottement s'opposant au mouvement du piston (masse $m_p$), nous réalisons une expérience, *indépendante du système étudié*, dans laquelle on rattache le piston à un ressort (masse négligeable) de longueur à vide $L_0$, de raideur $K$ (fig. 2).

8. Après la mise en place du piston ($m_p$) sur le ressort, sa longueur est devenue $L$ (le système piston-ressort est au repos). Exprimer $L_0-L$ en fonction de $m$, $g$ et $K$. Dans la suite, cette position d'équilibre statique sera considérée comme origine du mouvement vertical *x(t)* (fig. 2 et 3).

Les forces de frottement appliquées sur le piston sont toujours de la forme $\vec{f}=-\lambda\dot{x}\vec{i}$ (avec $\lambda \geq 0$).

9. On écarte le piston de sa position d'équilibre et on l'abandonne à lui-même, en appliquant le principe de la dynamique et en mettant l'équation du mouvement du piston sous la forme : $\ddot{x}+2\mu\dot{x}+\omega_0{}^2x=0$, préciser les constantes $\mu$ et $\omega_0$ en fonction de $m_p$, $\lambda$ et $K$.
10. On admet que la solution générale de cette équation est donnée par l'expression : $x(t)=Ae^{-t/\tau}\cos(\omega t)$, où $A$ et $\omega$ sont deux constantes positives. Exprimer $\tau$ et $\omega$ en fonction de $\mu$ et $\omega_0$. Préciser sous quelle condition sur $K$, en fonction de λ et $m_p$, l'expression $x(t)=Ae^{-t/\tau}\cos(\omega t)$ sera valable.
11. La quantité ( $Ae^{-t/\tau}$ ) est dite amplitude instantanée du mouvement, calculer $\mu$ et $\lambda$ sachant qu'au bout de t=1s cette amplitude est devenue $A/2$, avec $m_p$=0.5 kg (on donne ln2=0.69).

**Partie III :** Un système S de levage (fig.4) est constitué d'une masse $m_1$, d'une poulie d'axe mobile, d'une poulie d'axe fixe et d'un câble inextensible, tel que :
- Poulie mobile : centre $O_2$, rayon $R_2$, masse $m_2$, moment d'inertie négligé,
- Poulie d'axe fixe : centre $O_3$ (qui fait la distance d par rapport au support fixe), rayon $R_3$, moment d'inertie $I_3$, vitesse de rotation (par rapport à son axe fixe) $\omega_3(t)$,
- Câble : inextensible, longueur totale L, de masse négligeable.

La trajectoire du point $O_2$ est le segment de droite AB. On désigne par $x_1(t)$ et $x_2(t)$ les positions instantanées respectives de la masse $m_1$ et de la poulie mobile. Le sens positif est orienté vers le bas, l'accélération de la pesanteur *g* est également vers le bas.

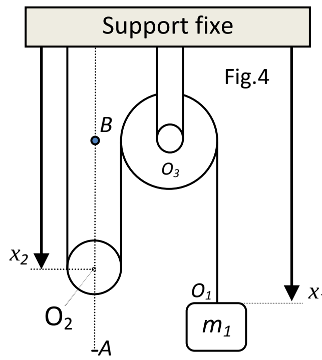


Fig.4

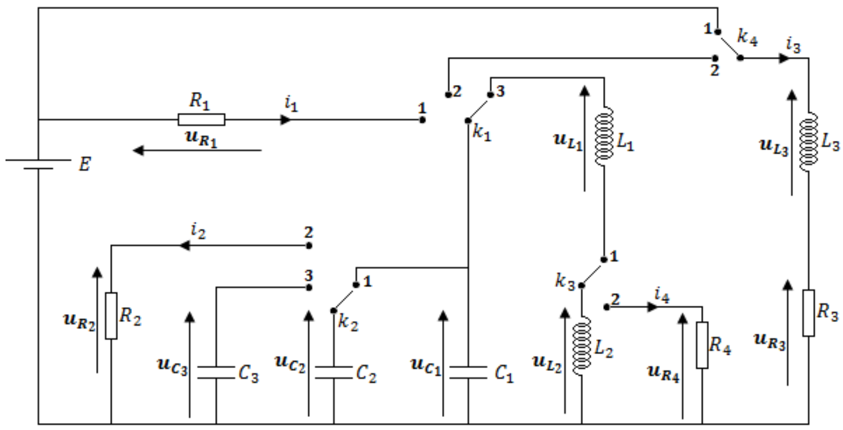
12. On note $x_{01}$ et $x_{02}$ les positions initiales (à t=0) respectives de $m_1$ et de $m_2$, exprimer l'énergie potentielle $Ep_1$ de $m_1$ et $Ep_2$ de $m_2$ en fonction de $m_1$, $m_2$, $g$, $x_1$, $x_2$, $x_{01}$ et $x_{02}$ en considérant $Ep_1$ nulle en $x_{01}$ et $Ep_2$ nulle en $x_{02}$.
13. Exprimer l'énergie cinétique $E_c$ de S en fonction de $m_1$, $m_2$, $I_3$, $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$ et $\omega_3$ ; En déduire son énergie mécanique $E_m$ en fonction de $m_1$, $m_2$, $I_3$, $R_3$, $g$, $x_1$, $x_2$, $x_{01}$, $x_{02}$, $\dot{x}_1$ et $\dot{x}_2$.
14. Du fait que le câble est inextensible, sa longueur totale L vérifie à chaque instant l'équation $L=x_1+2x_2+C$. Trouver la constante C en fonction de $R_2$, $R_3$ et la distance $d$.
15. Trouver l'accélération de la poulie mobile en fonction de $m_1$, $m_2$, $I_3$, $R_3$ et $g$.

**Physique II (Electricité) :** Les parties A, B, C, D et E sont indépendantes.

Le montage ci-dessous est alimenté par un générateur idéal de tension continue ayant pour force électromotrice : E = 10V.

Il comporte :

- Trois condensateurs de capacités : , $C_2$ et $C_3$.
- Trois bobines d'inductances , $L_2$ et , ayant toutes des résistances internes négligeables.
- Quatre conducteurs ohmiques : , et $R_4$.
- Quatre interrupteurs , et $k_4$.




Le tableau suivant regroupe l'ensemble des composants avec leurs valeurs.

| Composant | Nature | Valeur |
|---|---|---|
| | Résistance | Ω |
| | Bobine | |
| | Condensateur | |

**Partie A. est en position (1) et est en position (1).**

Dans cette partie, on note: $C$, la capacité du condensateur équivalent aux deux condensateurs $C_1$et $C_2$ en parallèle. On note aussi : $t$ , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives, et on suppose qu'à cet instant les condensateurs sont totalement déchargés.

1. Quelle est la valeur du courant $i_1$ en régime permanent ?
2. En régime permanent, quelle sera la charge $q_1$en $mC$, au niveau du condensateur ?
3. Quelle sera la valeur, en $mJ$, de l'énergie stockée au niveau du condensateur $C_1$?
4. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension en fonction de et $E$?
5. On donne l'expression temporelle du courant $i_1(t)$ . Donner les expressions des constantes $A$ et en fonction de et $E$.

**Partie B. $k_2$ est en position (2).**

Dans cette partie, on note , l'instant où l'interrupteur bascule vers la position (2), et on suppose que $(t_0)$ $V$.

6. Donner l'expression temporelle de la tension $(t)$ en fonction de et $C_2$.
7. Quelle est la valeur, en du courant $i_2$ qui traverse la résistance à l'instant $t_0$.
8. Quelle sera l'énergie stockée dans le condensateur en régime permanent ?

**Partie C. $k_2$ est en position (3).**

Dans cette partie, on note et , respectivement les charges aux niveaux des condensateurs et $C_3$, et l'instant $t_0$, l'instant où l'interrupteur bascule vers la position (3).

9. Quelle sera l'expression de la charge en fonction de $Q_2(t_0)$, $Q_3(t_0)$, et $C_3$ ?
10. Supposant que : $Q_2(t_0)$ et $Q_3(t_0)$ $C$, quelle sera la valeur de la tension $(t)$ ?
11. Supposant que : $Q_2(t_0)$ et $Q_3(t_0)$ $\frac{}{_2(t_0)}$ Quelle est la valeur de l'énergie, en qui sera stockée au niveau de ?

**Partie D. est en position (3), est en position (1) et est en position (1).**

Dans cette partie, on note l'inductance équivalente des bobines et en série, et $t_0$, l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

On suppose aussi que $u_{C_1}(t_0)$ $V$.

12. Quelle est la valeur, en $mH$, de l'inductance $L$ ?
13. Quelle est la valeur, en $mJ$, de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine
14. Quelle est la valeur maximale du courant traversant la bobine

**Partie E. $k_1$ est en position (2), $k_2$ est en position (1) et est en position (2).**

15. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension .

2013

**Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature**
Filières SM A et B

| | **FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15** (2 points pour chaque question) | | | **Note** |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Sin β =** $\frac{R}{L}\sin\theta = \varepsilon \sin\theta$ | | ***x(t)=*** $R\cos\theta + \ell\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\theta}$ | |
| 2 | **Approximation :** $x(t) = R\cos\theta + \ell$ | | **A=** $R$ **B=** $\ell$ | |
| 3 | ***θ(t)=*** $\omega_0 t$ | ***v(t)=*** $-R\dot{\theta}\sin(\theta(t))$ | ***γ(t) =*** $-R\dot{\theta}^2\cos\theta(t)$ | |
| 4 | **Relation :** <br> **Directions des forces** $\vec{F}_{p/t}$ **et** $\vec{F}_{b/t}$ **:** | | **Justification:** | |
| 5 | **Bilan des forces appliquées sur le piston :** | | Sens du mouvement | |
| 6 | $F_{t/p}$= <br> $F_{t/b}$= | | | |
| 7 | C (t)= <br> C(t)= | | | |
| 8 | $L_0$-L = | | | |
| 9 | μ= | | ω₀= | |
| 10 | τ= | ω= | **Condition sur K :** | |
| 11 | μ= | λ= | | |
| 12 | $E_{p1}$= | | $E_{p2}$= | |
| 13 | $E_c$= <br> $E_m$= | | | |
| 14 | **Constante C=** | | | |
| 15 | **L'accélération γ=** | | | |

Cette feuille ne doit porter **aucun signe indicatif ni signature**
Filières SM A et B

| **Fiche des réponses (Physique II)** | **Chaque question est notée sur 2 points** | |
|---|---|---|
| | Réponse | Note |

**Partie A.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | La valeur du courant $i_1$ en régime permanent : | $i_1 =$ 0 | |
| 2. | La charge, $q_1$, en $mC$, au niveau du condensateur $C_1$, en régime permanent : | $q_1 =$ $C_1E = 10^{-7} mC$ | |
| 3. | La valeur, en $mJ$, de l'énergie stockée au niveau du condensateur $C_1$ : | $E =$ $\frac{1}{2}C_1E^2 = \frac{1}{2}10^{-4}.100 = 5mJ$ | |
| 4. | L'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{C_1}$ en fonction de $R_1$, $C$ et $E$ : | $E = R_1C\frac{du_{c_1}}{dt} + u_{c_1}$ | |
| 5. | Les expressions des constantes $A$ et $B$ en fonction de $R_1$, $C$ et $E$ : | $A =$ $\frac{-E}{R_1}$ et $B =$ $\frac{1}{R_1C}$ | |

**Partie B.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6. | L'expression temporelle de la tension $u_{C_2}(t)$ en fonction de $R_2$ et $C_2$ : | $u_{C_2}(t) =$ $A\,e^{-\frac{t}{R_2C_2}} = 10\,e^{-\frac{t}{R_2C_2}}$ | |
| 7. | La valeur, en $mA$, du courant $i_2$ qui traverse la résistance $R_2$ à l'instant $t_0$ : | $i_2 =$ $-C_2\frac{du_2}{dt} \Rightarrow i_2(t=0) = 100mA$ | |
| 8. | L'énergie stockée dans le condensateur $C_2$ en régime permanent : | $E =$ $\frac{1}{2}C_2U^2 = \frac{1}{2}C_2 0^2 = 0$ | |

**Partie C.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9. | L'expression de la charge $Q_3$ en fonction de $Q_2(t_0)$, $Q_3(t_0)$, $C_2$ et $C_3$ : | $Q_3 =$ $-10\,e^{-t/R_2C_2}$ | |
| 10. | La valeur de la tension $u_{C_2}(t)$ : | $u_{C_2}(t) =$ | |
| 11. | L'énergie stockée, en régime permanent établi, en $mJ$, au niveau de $C_3$ : | $E =$ | |

**Partie D.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12. | La valeur, en $mH$, de l'inductance $L$ : | $L =$ | |
| 13. | La valeur, en $mJ$, de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine $L_1$ : | $E_{max} =$ | |
| 14. | La valeur maximale du courant traversant la bobine $L_1$ : | $i_{max} =$ | |

**Partie E.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15. | L'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{C_1}$ : | | |