

## درس الدوال اللوغاريتمية:

- مجموعة تعريف الدالة  $\ln$  هي  $]0; +\infty[$  و لدينا  $\ln 1 = 0$
- الدالة  $\ln$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  و  $(\ln') (x) = \frac{1}{x}$
- لكل  $a$  و  $b$  من  $]0; +\infty[$  لدينا  $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$
- لكل  $a$  و  $b$  من  $]0; +\infty[$   $a \leq b \Leftrightarrow \ln a \leq \ln b$
- $\ln x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$  و  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$
- لكل  $a$  و  $b$  من  $]0; +\infty[$  لدينا:  $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$
- لكل  $a$  و  $b$  من  $]0; +\infty[$  و لكل  $r$  من  $\mathbb{Q}$  لدينا:
- $e = 2,71828\dots$  و  $e$  هو العدد الحقيقي الذي يحقق  $\ln(e) = 1$ .
- خاصيات جبرية:  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$  و  $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$  و  $\ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}\ln a$
- $\ln(a^r) = r \ln a$  و لكل عدد جذري  $k$  و لدينا:  $\ln(e^k) = k$ .
- نهايات اعتيادية:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln x = 0^-$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$  حيث  $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{ax} = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = 1$
- خاصية: إذا كانت  $u$  دالة قابلة للاشتقاق على مجال  $I$  و لا تنعدم على  $I$  فان الدالة  $f: x \rightarrow \ln|u(x)|$  قابلة للاشتقاق على المجال  $I$  و دالتها المشتقة هي المشتقة اللوغاريتمية للدالة  $u$  يعني:  $(\forall x \in I); f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$
- خاصية: مجموعة الدوال الأصلية للدالة  $\frac{u'}{u}$  على مجال  $I$  هي الدوال:  $\ln|u| + k$  ( $a \neq 1$  و  $a > 0$ .) دالة اللوغاريتم للأساس  $a$
- دالة اللوغاريتم للأساس  $a$  هي الدالة التي يرمز لها بالرمز  $\text{Log}_a$  و المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي:  $\text{Log}_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$
- و تحقق:  $\text{Log}_a(a) = 1$  و  $\text{Log}_a(1) = 0$  و  $\log_e(x) = \ln x$  و  $\forall x \in ]0; +\infty[$
- لكل  $x$  و  $y$  من  $]0; +\infty[$  و لكل  $a$  من  $\mathbb{R}^{**} - \{1\}$   $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$  و  $\log_a\left(\frac{1}{y}\right) = -\log_a(y)$
- $\log_a(x^r) = r \log_a(x)$  و  $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$
- دالة اللوغاريتم العشري هي الدالة اللوغاريتمية للأساس 10 و تكتب  $\log$  و لدينا  $\log(x) = \frac{\ln x}{\ln 10}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$
- $\log(10) = 1$  و  $\log(1) = 0$  و  $(\forall r \in \mathbb{Q}); \log(10^r) = r$
- إذا كان  $0 < a < 1$  فان:  $\log_a(x) \leq \log_a(y) \Leftrightarrow x \geq y$
- إذا كان  $a > 1$  فان:  $\log_a(x) \geq \log_a(y) \Leftrightarrow x \geq y$