

### التمرين الأول

1) حدد الشكل الجبري للعقد  $z$  في الحالات التالية :

$$z = (\sqrt{3}-2+i)^2 ; \quad z = \frac{1+\sqrt{2}-i}{1-\sqrt{2}+i} , \quad z = (3+2i)(1-3i) ; \quad z = \frac{3-2i}{2+i}$$

2) حدد العقد  $z$  في الحالات التالية :

$$\begin{array}{lll} i\bar{z} + (1+2i)z + 3 - 2i = 0 & -3 & (2+i)z + 1 - 3i = 0 & -2 & (2+i)z + 5 - 2i = 0 & -1 \\ |z| + z - 3 - 4i = 0 & -5 & 2i\bar{z} + (1+i)z + 3 - i = 0 & -4 \end{array}$$

### التمرين الثاني

حدد مجموعة النقط  $M(z)$  في الحالات التالية :

$$\begin{array}{lll} |z+5-2i| = |\bar{z}-3+2i| & -2 & |z-2+3i| = |z+1-2i| & -1 \\ \frac{z+i}{2-iz} \in i\mathbb{R} & -5 & \frac{1+z}{z-i} \in \mathbb{R} & -4 & |z-2-3i| = |iz+2-i| & -3 \end{array}$$

### التمرين الثالث

أحسب معيار الأعداد العقدية التالية :

$$z = (\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}+1)i ; \quad z = (2-2i)^4 \quad z = (3-i\sqrt{3})(\sqrt{3}-i) ; \quad z = -4-3i ; \quad z = 2-3i$$

$$\alpha \in ]0, \pi[ \text{ حيث } z = 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad z = \frac{(-1+i)^3}{4-8i}$$

### التمرين الرابع

لكل عقد  $z$  من  $\mathbb{C} - \{2\}$  نضع  $f(z) = \frac{z+i}{z-2}$

(1) أحسب  $f(1+i)$

(2) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $f(z) = 2i$

(3) أ- بين أن  $(\forall z \in \mathbb{C} - \{2\}) \quad (\overline{f(z)} = -f(z)) \Leftrightarrow \left( \left( z-1+\frac{1}{2}i \right) \left( \bar{z}-1-\frac{1}{2}i \right) - \frac{5}{4} = 0 \right)$

ب- استنتج المجموعة  $E = \{M(z) \in (P) / f(z) \in i\mathbb{R}\}$

(4) حدد  $(D)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوى  $(P)$  و التي يكون من أجلها  $|f(z)| = 1$

### التمرين الخامس

حدد الشكل المثلثي للعقد  $z$  في الحالات التالية :

$$z = \frac{3+i\sqrt{3}}{-2+2i} ; \quad z = (2-2i)^6 \quad z = (3-i\sqrt{3})(-1+i\sqrt{3}) ; \quad z = \sqrt{3}+i ; \quad z = -1+i$$

$$\alpha \in ]0, \pi[ \text{ حيث } z = 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad \text{و} \quad \alpha \in ]0, \pi[ \text{ حيث } z = 1 + \sin \alpha + i \cos \alpha$$

### التمرين السادس

نضع  $g(z) = \frac{1-z}{z}$  لكل عقد  $z$  من  $\mathbb{C}^*$

(1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $g(z) = 1-i$

(2) أ- بين أن  $(\forall z \in \mathbb{C}^*) \quad g(z) = \overline{g(\bar{z})} \Leftrightarrow (z-\bar{z})(z+\bar{z}+1) = 0$

ب- استنتج المجموعة  $E = \{M(z) \in (P) / g(z) \in \mathbb{R}\}$

(3) نفترض أن  $z = re^{i\theta}$  حيث  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

بين أن  $1 - \cos \theta = 2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$  ثم حدد الشكل المثلثي للعقد  $g(z)$