المجزوءة :

A. دراسة الدوال العددية
B. المتتاليات العددية
C. حساب التكامل
D. الأعداد العقدية

I. النهايات والاتصال
II. حساب النهايات و الفروع اللانهائية
III. دراسة الإشارة
IV. الاشتقاق
V. تغيرات -تقعر-وضع نسبي
VI. نقط هامة
VII. ملخص لقواعد lnx و e*

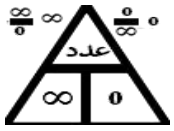
1. الفروع اللانهائية
2. قواعد حساب النهايات

1. قواعد و نهايات اعتيادية

← الحدوديات:

		أمثلة
$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2+x+1=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} -3x^3-x+1=\lim\limits_{x\to-\infty} -3x^3=+\infty$
بصفة عامة :	$\lim\limits_{x\to\pm\infty} ax^n=\pm\infty$	نهاية حدودية هي نهاية الحد الأكبر درجة

← الكسور:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{a}{x^n}=0$	$\lim\limits_{x\to0^{\pm}} \frac{a}{x^n}=\pm\infty$	This is frimija 

← الأشكال الغير المحددة:

$+\infty-\infty$	$0\times\infty$	$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$

نهايات الدالة اللوغاريتمية	نهايات الدالة الأسية:
$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n}=0^+$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n}=+\infty$
$\lim\limits_{x\to0^+} \ln x=-\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0^+$
$\lim\limits_{x\to0^+} x^n\ln x=0$	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x=0$
$\lim\limits_{x\to0} \frac{\ln(x+1)}{x}=1$ $\lim\limits_{x\to1} \frac{\ln x}{x-1}=1$	$\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-1}{x}=1$

نهايات هامة :

1. $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{lnx}{x}=\lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x}lnx=-\infty$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{e^x}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x}e^x=0$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}}=\frac{1}{+\infty}=0$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}+e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty} \left(e^x\right)^2+\frac{1}{e^x}=+\infty$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$ $\quad t=\sqrt{x}$ $\quad x\to+\infty$ $\quad t\to+\infty$

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{(\ln t^2)^2}{t^2}=\lim_{t\to+\infty} \left(\frac{\ln(t^2)}{t}\right)^2=\lim_{t\to+\infty} \left(\frac{2\ln(t)}{t}\right)^2=\lim_{t\to+\infty} \left(2\frac{\ln(t)}{t}\right)^2=0$$

2. الفروع اللانهائية

الفروع اللانهائية: الغرض منها دراسة تصرف الدالة عندما تأخذ الأفاصيل أو الأراتيب قيما تؤول إلى ما لانهاية **نلخصها في الخطاطة التالية.**

تأويل مباشر

(Cf) يقبل مقاربا عموديا معادلته $x=a$	$\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$
(Cf) يقبل مقاربا أفقيا معادلته $y=b$ بجوار $\pm\infty$	$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$

التأويل الغير المباشر :

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$$

نحسب

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=0$: (Cf) يقبل فرعا شلجميا باتجاه محور الأفاصيل بجوار $\pm\infty$ — STOP
- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=\pm\infty$: (Cf) يقبل فرعا شلجميا باتجاه محور الأراتيب بجوار $\pm\infty$ — STOP
- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=a\neq 0$ ثم $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-ax$

  - $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-ax=\pm\infty$: (Cf) يقبل فرعا شلجميا باتجاه المستقيم ذو المعادلة $y=ax$ بجوار $\pm\infty$
  - $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-ax=b \quad / b\in\mathbb{R}$: (Cf) يقبل مقاربا مائلا معادلته $y=ax+b$ بجوار $\pm\infty$

طريقة مباشرة :

سؤال : بين أن $y=ax+b$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f بجوار ∞

جواب :

← نحسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-y$

← و يجب أن نجد $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-y=0$

سؤال : بين أن $y=ax+b$ فرع شلجمي لمنحنى الدالة f بجوار ∞

جواب :

← نحسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-y$

← و يجب أن نجد $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-y=\pm\infty$