الهندسة الفضائية

السلسلة 1 (7 تمارين)

التمرين 1:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقطتين $A\left(1,2,1\right)$ و $B\left(1,3,1\right)$

1. أحسب $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$
2. تحقق من أن $x-z=0$ معادلة ديكارتية للمستوى $\left(OAB\right)$
3. حدد معادلة ديكارتية للفلكة $\left(S\right)$ التي مركزها $\Omega\left(-3,0,1\right)$ و المماسة للمستوى $\left(OAB\right)$
4. حدد إحداثيات نقطة تماس $\left(S\right)$ و $\left(OAB\right)$
5. بين أن المستقيم المار من النقطة $H\left(-1,0,-1\right)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}\left(2,5,2\right)$ مماس للفلكة $\left(S\right)$

التمرين 2:

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ممنظم و مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A\left(2,-1,1\right)$ و $B\left(2,3,-1\right)$ و $C\left(1,1,1\right)$

1. أ) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{BC}=4\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$

   ب) استنتج مسافة النقطة A عن المستقيم $\left(BC\right)$
2. ليكن H المسقط العمودي للنقطة A على $\left(BC\right)$

   بين أن $\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right)$ هو مثلوث إحداثيات H . (يمكن استعمال تمثيل بارامتري ل $\left(BC\right)$)
3. حدد معادلة ديكارتية للفلكة التي أحد أقطارها $\left[AH\right]$

التمرين 3:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

لتكن $\left(S\right)$ مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$ بحيث : $x^2+y^2+z^2-4y+2z+2=0$

1. بين أن $\left(S\right)$ فلكة مركزها $\Omega\left(0,2,-1\right)$ و شعاعها $\sqrt{3}$
2. أ) تحقق من أن النقطة $A\left(-1,1,0\right)$ تنتمي إلى الفلكة $\left(S\right)$

   ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوى $\left(P\right)$ المماس للفلكة $\left(S\right)$ عند النقطة A

3. أ) تحقق من أن $x+y+z-2=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من النقطة $B(1,3,-2)$ و $\vec{n}(1,1,1)$ متجهة منظمية له.
ب) بين أن (Q) يقطع (S) وفق دائرة محددا مركزها و شعاعها

التمرين 4:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$ و المستوى (P) الذي معادلة ديكارتية له : $x-y+3z=0$.

1. أ- تحقق من أن $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (OA)
ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A
ج- تحقق من أن (P) يوازي المستوى (Q)
2. نعتبر الفلكة (S) المماسة للمستوى (Q) في A و التي يقطعها المستوى (P) وفقا للدائرة (Γ) التي مركزها O و شعاعها $\sqrt{33}$
أ- بين أن النقطة $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) تنتمي إلى المستقيم (OA) ثم استنتج أن $b=-a$ و $c=3a$
ب- بين أن $\Omega A^2-\Omega O^2=33$ ثم استنتج أن $a-b+3c=-11$
ج- استنتج إحداثيات Ω مركز الفلكة (S) ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$

التمرين 5:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقطة $A(2,0,2)$ و المستوى (P) ذا المعادلة :
$x+y-z-3=0$

1. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من A و العمودي على (P)
2. حدد إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوى (P)
3. نعتبر الفلكة (S) التي مركزها A و التي تقطع المستوى (P) وفق الدائرة التي مركزها B و شعاعها 2
أ. حدد شعاع الفلكة (S)
ب. أكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S)

التمرين 6:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها $\sqrt{3}$
1) بين أن : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) و تحقق من أن A تنتمي إلى (S)

2) أ. بين أن : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و استنتج أن $x - y - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

ب. أحسب المسافة $d\left(\Omega,(ABC)\right)$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في A

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC)

أ. بين أن : $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = -t \end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ)

ب. استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S)

التمرين 7:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط $A(0,1,-1)$ و $B(1,2,1)$ و $C(5,10,1)$

1. بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -16\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$
2. أحسب المسافة بين النقطة C و المستقيم (AB)
3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
4. لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 20y - 2z + 70 = 0$

أ) بين أن (S) هي فلكة مركزها C و شعاعها $\sqrt{56}$

ب) بين أن المستقيم (AB) مماس للفلكة (S) ، ثم حدد نقطة التماس .