التمرين الأول

1) أ- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 2^n على 9

ب- بين أن $9 / 2^{2n}\left(2^{2n+1}-1\right)-1$

2) أ- تحقق أن $2^4 \equiv -1\ [17]$ و أن $3^2 \equiv -2^3\ [17]$

ب- استنتج أن $2^8 \equiv 1\ [17]$ و $3^{16} \equiv 1\ [17]$

ج- حدد باقي قسمة العدد $2010^{1431}+1431^{2010}$ على 17

3) أ- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 4^n على 7

ب- حدد حسب قيم العدد n ، باقي القسمة للعدد : $A=851^{3n}+851^{2n}+851^n+2$ على العدد 7

التمرين الثاني

1) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي :

$$U_n=4^n-3n-1$$

أ- بين أن $U_{n+1}=4U_n+9n$

ب- بين أن $9|U_n\quad (\forall n\in \mathbb{N})$

2) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0=2 \quad ; \quad U_1=5 \\ U_{n+2}=5U_{n+1}-6U_n \end{cases}$$

أ- بين أن $U_{n+1}\wedge U_n=1\quad (\forall n\in \mathbb{N})$

ب- حدد القيم الممكنة للقاسم : $d=U_{n+2}\wedge U_n$

التمرين الثالث

ليكن p عدد طبيعي أولي و بحيث $p\geq 5$.

1) بين أن $p^2\equiv 1\ [3]$ و $2^p\equiv 2\ [3]$

2) استنتج أن العدد p^2+2^p غير أولي

3) بين أنه إذا كان p^2+2^p أولي فإن $p=3$

4) بين أنه إذا كان $p|p^2+2^p$ فإن $p=2$

التمرين الرابع

1) ليكن a و m عددان طبيعيان بحيث : $a\geq 2$ و $m\geq 1$ و نضع $b=a^m+1$. بين أنه إذا كان b أولي فإن a زوجي و m يكتب على الشكل $m=2^n$ حيث n طبيعي

2) بين أن $641|2^{2^5}+1$ ماذا تستنتج ؟

3) نضع $F_n=2^{2^n}+1$ لكل عدد طبيعي n

أ- أحسب F_1 , F_2

ب- ليكن m و n من $\mathbb{N}^*$ مع $n<m$.

(i) بين أن $F_n|F_m-2$

(ii) استنتج أن لكل عددين m و n مختلفين من $\mathbb{N}^*-\{1\}$ لدينا $F_n\wedge F_m=1$

التمرين الخامس

1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .

أ- بين أنه إذا كان n فرديا فإن : $n^2\equiv 1\ [8]$

ب- بين أن إذا كان n زوجيا فإن :

$n^2\equiv 0\ [8]$ أو $n^2\equiv 4\ [8]$

2) ليكن a ; b ; c أعداد صحيحة طبيعية فردية .

أ- بين أن: $a^2+b^2+c^2$ ليس مربعا كاملا

ب- بين أن $2(ab+bc+ca)\equiv 6\ [8]$

ج- استنتج أن $2(ab+bc+ca)$ ليس مربعا كاملا

د- بين أن $ab+bc+ca$ ليس مربعا كاملا

التمرين السادس

ليكن n عددا طبيعيا غير منعدم .

1) بين أن $n\wedge(2n+1)=1$ و $n^2\wedge(2n+1)=1$

2) استنتج انه إذا كان $d|2n+1$ فإن $d\wedge n^2=1$

3) حدد مجموعة الأعداد الطبيعية n و التي يكون من أجلها $5\wedge(2n+1)=5$

4) أ- بين أن لكل عدد n من $\mathbb{N}^*$ لدينا :

$$n^2\left(n^2+1\right)\wedge(2n+1)=(2n+1)\wedge 5$$

ب- استنتج الأعداد الطبيعية n بحيث يكون :

$$n^2\left(n^2+1\right)\wedge(2n+1)=1$$

التمرين السابع

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E): 11x-16y=9$

1) ليكن الزوج (α,β) حلا للمعادلة (E) و نضع $d=\alpha\wedge\beta$

أ- بين أن $d=1$ أو $d=3$ أو $d=9$

ب- بين أن $9/\alpha+\beta$

2) حدد حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل (E)

3) نعتبر العددين $a=11k+7$ و $b=16k+11$: $k\in\mathbb{Z}$

أ- بين أن $a\wedge b=(k-1)\wedge 9$

ب- حدد الزواج (x,y) حلول المعادلة (E) و التي يكون من أجلها $x\wedge y=3$