تمرين رقم 1

ليكن n عددا طبيعيا غير منعدم .

1) بين أن : أ) $\left(n^2+n\right)\wedge(2n+1)=1$

ب) $(2n+5)\wedge\left(n^2+5n+6\right)=1$

2) أـ بين أن $(2n+11)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 5$

ثم استنتج القيم الممكنة للعدد $(2n+11)\wedge(n+3)$

بـ حدد n كي يكون $(2n+11)\wedge(n+3)=5$

تمرين رقم 2

ليكن n عدد صحيح طبيعي

1) تحقق أن $n+3/3n^3-11n+48$

2) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 3n^2-9n+16\in\mathbb{N}^*$

3) أـ بين أن $\left(\forall(a,b,c)\in\mathbb{N}^{*3}\right)\quad a\wedge b=(bc-a)\wedge b$

بـ استنتج أن $\left(3n^3-11n\right)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 48$

4) حدد المجموعة $A=\left\{n\in\mathbb{N}^*\ /\ \dfrac{3n^3-11n}{n+3}\in\mathbb{N}\right\}$

تمرين رقم 3

ليكن $n\ ;\ m$ عددان طبيعيان و نعتبر العددين $x\ ,\ y$ بحيث : $x=11m+2n\quad;\quad y=18m+5n$

1) أحسب $7x+y$ و استنتج أن $19|x\Rightarrow 19|y$

2) أدرس العكس

3) نضع $d=x\wedge y$

بين أن : $m\wedge n=1\Rightarrow$ ($d=19$ أو $d=1$)

تمرين رقم 4

$a\ ,\ b$ عددان طبيعيان بحيث $a\wedge b=1$

1) بين أن ab و $a+b$ ليسا من نفس الزوجية

2) نعتبر النظمة $(I)\begin{cases}x+y=42\\ x\vee y=(x\wedge y)^2\end{cases}$

ونضع $d=x\wedge y$ و $x=dx'\ ,\ y=dy'$

أـ بين أن $x'y'=d$ و $d(x'+y')=42$

بـ حدد حلول النظمة (I)

تمرين رقم 5

1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 2^n على 9 ثم بين أن $9/2^{2n}\left(2^{2n+1}-1\right)-1$

2) أـ تحقق أن $3^3\equiv 1\ [13]$ و $2^4\equiv 3\ [13]$

بـ حدد باقي قسمة العدد 2010^{1431} على العدد 13

تمرين رقم 6

1. تحقق أن $10^3=9\times111$ و أن $10^3+1=7\times11\times13$

2. لكل عدد طبيعي n

نضع $A_n=10^{9n}+2\times10^{6n}+2\times10^{3n}+1$

أـ حدد باقي القسمة للعدد A_n على 111

بـ بين أنه إذا كان n عددا فرديا فإن A_n يقبل القسمة على 7 و 11 و 13

ملخص الدرس

تعريف و خاصيات : $\left[a|b\right]\Leftrightarrow\left[(\exists k\in\mathbb{Z})\quad b=ka\right]$

☜ $\left(\forall a\in\mathbb{Z}^*\right)\quad a|a$ ☜ $\left(\forall(a,n)\in\mathbb{Z}^{*2}\right)\quad a|na$

☜ $\left(\forall(a,b)\in\mathbb{Z}^{*2}\right):\ \left(|a|=|b|\right)\Leftrightarrow$ ($a|b$ و $b|a$)

☜ $\left(\forall(a,b,c)\in\mathbb{Z}^{*3}\right):$ ($a|b$ و $b|c$) $\Rightarrow a|c$

☜ $\left(\forall(a,b,c)\in\mathbb{Z}^{*3}\right):$ ($a|b$ و $a|c$) $\Rightarrow a|b+c$

القسمة الأقليدية :

لكل عددين نسبيين $a\ ;\ b$ مع $b\neq 0$ يوجد عددان نسبيين وحيدين $r\ ;\ q$ بحيث :

$(\alpha)\begin{cases}a=qb+r\\ 0\le r<|b|\end{cases}$ تسمى هذه العلاقة بالقسمة الأقليدية للعدد a على العدد b .

q خارج القسمة و r باقي القسمة

القاسم المشترك الأكبر :

ليكن $a\ ;\ b$ عددين نسبيين غير منعدمين . أكبر عدد صحيح طبيعي d قاسم للعددين a و b يسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b و يكتب $d=a\wedge b$

خاصيات :

☜ $a\wedge a=|a|$ ☜ $a\wedge b=b\wedge a$

☜ $(a\wedge b)\wedge c=a\wedge(b\wedge c)$ و $(ac)\wedge(bc)=|c|(a\wedge b)$

☜ ليكن $a\ ;\ b$ عددين من $\mathbb{Z}^*$ و $d=a\wedge b$

إذا كان ($d'|a$ و $d'|b$) فإن $d'|d$

☜ إذا كان $a=qb+r$ فإن $a\wedge b=b\wedge r$

الموافقة بترديد n :

نقول بأن العدد a يوافق العدد b بترديد n ونكتب $a\equiv b\ [n]$ إذا وفقط إذا كان $n|a-b$

(أي يوجد عدد نسبي k بحيث $a-b=kn$)

خاصيات :

☜ $a\equiv a\ [n]$ ☜ $\left(a\equiv b\ [n]\right)\Rightarrow\left(ka\equiv kb\ [n]\right)$

☜ $\left(a\equiv b\ [n]\right.$ و $\left.b\equiv c\ [n]\right)\Rightarrow\left(a\equiv c\ [n]\right)$

☜ $\begin{cases}a\equiv b\ [n]\\ x\equiv y\ [n]\end{cases}\Rightarrow a+x\equiv b+y\ [n]$

☜ $\begin{cases}a\equiv b\ [n]\\ x\equiv y\ [n]\end{cases}\Rightarrow ax\equiv by\ [n]$

☜ $\left(a\equiv b\ [n]\right)\Rightarrow\left(a^p\equiv b^p\ [n]\right)$