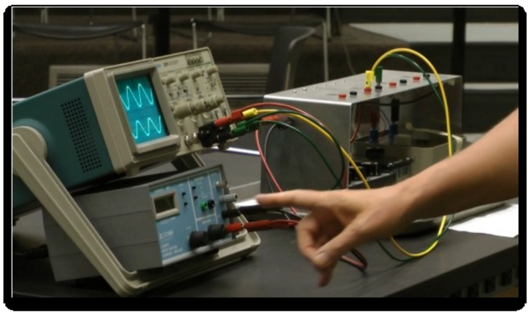
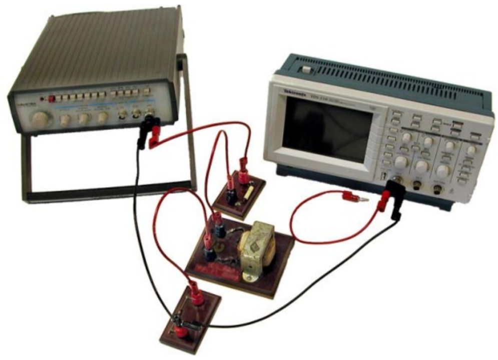
التذبذبات الكهربائية القسرية
في دارة RLC على التوالي





يمكن لدارة كهربائية RLC حرة أن تتذبذب بترددها الخاص $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. فماذا يحدث عندما نجبرهذه الدارة على أن تتذبذب بتردد يخالف N_0 مفروض من طرف مولد ؟ نقول في هذه الحالة أن نظام التذبذبات نظام قسري .

1) الإبراز التجريبي .

1 - 1) تذكير : الوسع و القيمة الفعالة .

القياسات الكهربائية المنجزة في هذا الدرس توظف جهاز متعدد القياسات في النمط " تناوب AC " . في هذه الحالة متعدد القياسات يقيس القيمة الفعالة للمقدار الكهربائي المعني .

القيمة الفعالة U لتوتر جيبي يعبر عنه بدلالة الوسع U_m (القيمة القصوية) لهذا التوتر بالعلاقة :

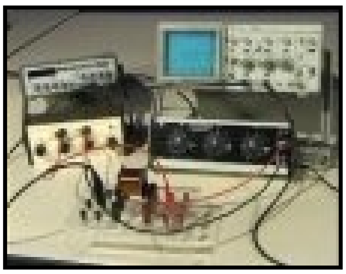
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

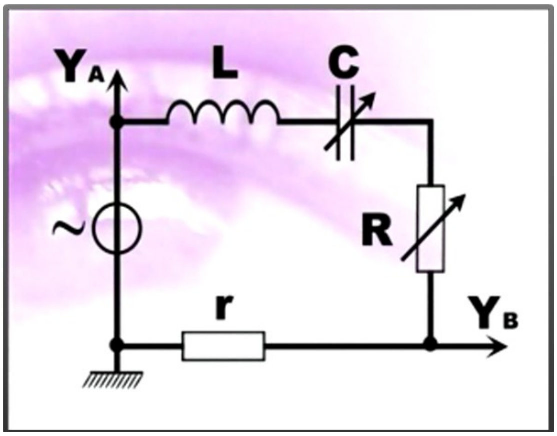
بالنسبة لشدة التيار الفعالة I فهي كذلك مرتبطة بالوسع I_m لتيار متناوب جيبي بالعلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

1 - 2) التركيب التجريبي .

خلال هذا الدرس ، ندرس بطرق مختلفة ، الدارة الممثلة في الشكل 1 و التي تضم :





الشكل 1

- مولد للترددات المنخفضة GBF يطبق توترا جيبيا $u(t)$ قيمة الفعالة U و تردده N قابل للضبط .
- مكثف سعته $C = 1,0\mu F$ قابل للضبط
- وشيعة معامل تحريضها الذاتي $L = 70mH$
- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط

- موصل أومي مقاومته ثابتة r ، بين مربطيه نعاين توترا يتناسب مع شدة التيار .
- راسم تذبذب

راسم التذبذب يمكن من معاينة :

- التوتر $u(t)$ المفروض من طرف المولد على مربطي ثنائي القطب « RLC » (في المدخل Y_A)

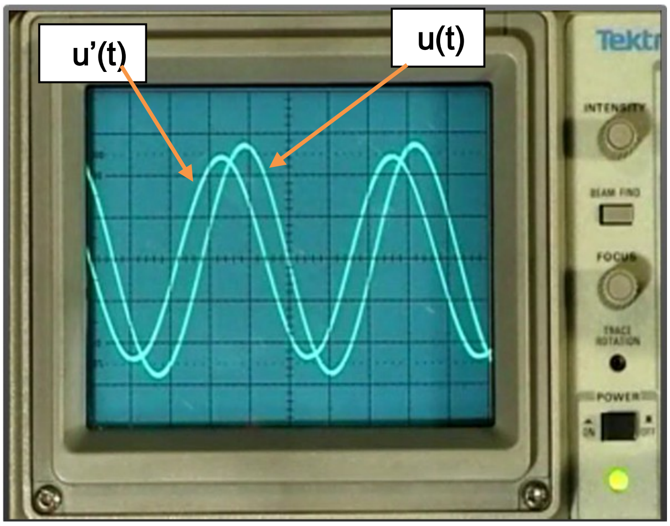
- التوتر $u'(t) = ri(t)$ (في المدخل Y_B) . هذا التوتر يمكن من التعرف على تغيرات شدة التيار بدلالة الزمن : $i(t) = \frac{u'(t)}{r}$

1 - 3) تجربة .

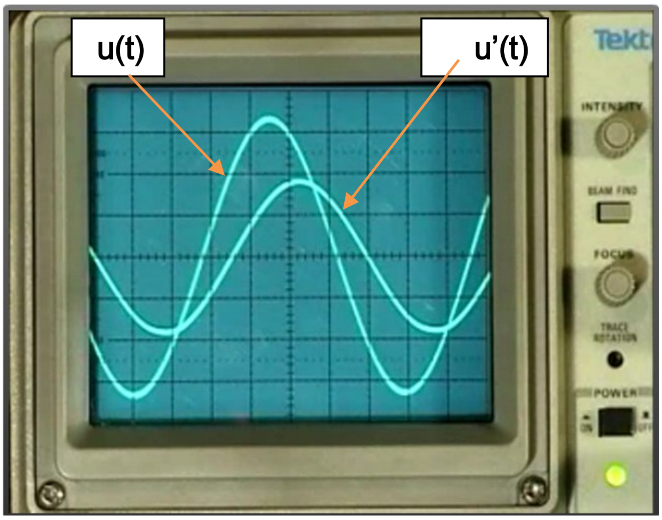
✓ نركب بين مربطي المولد متعدد القياسات على النمط " فولطمتر في نظام التناوب "، نختار بواسطة أزرار الضبط للمولد GBF ، توترا $u(t)$ جيبيا قيمته الفعالة $U = 2,0V$ و تردد معين N محصور بين $20Hz$ و $2kHz$ ، مثلا $N = 0,40kHz$.

✓ نلاحظ ، على شاشة راسم التذبذب ، منحنيين جيبيين يمثلان توترين :

- لهما نفس الدور
- بصفة عامة منزاحين عن بعضهما (الشكلين 2 و 3)



الشكل 2 : $N < N_0$ شدة التيار i(t) متقدمة بالنسبة للتوتر u(t)



الشكل 3 : $N > N_0$ شدة التيار i(t) متأخرة بالنسبة للتوتر u(t)

1 - 4) استنتاج .

*** نظام التذبذبات القسرية .**

عندما نطبق بين مربطي ثنائي القطب « RLC » توترا جيبيا ،
يكون هذا الاخير مقر تذبذبات كهربائية ترددها مفروض من طرف المولد .
هذا التردد ليس بالضرورة نفس التردد الخاص لثنائي القطب .
لذا نقول بأن النظام الحاصل هو نظام قسري .

*** التذبذبات القسرية و التذبذبات المصانة .**

في حالة التذبذبات المصانة ، جهاز يمنح باستمرار لثنائي القطب « RLC » الطاقة اللازمة
التي تمكنه من تعويض ما يضيع بمفعول جول ، لكن لا يفرض عليه أي تردد للتذبذبات.
تردد التذبذبات محدد بالمميزات الخاصة لثنائي القطب .
اذن لا يجب الخلط بين هذين النظامين .

2) رنين شدة التيار .

2 - 1) الإبراز التجريبي .

- **التردد الخاص .**

في حالة الدارة المدروسة ، دور التذبذبات الحرة للدارة ، أو الدور الخاص ، هو :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \Rightarrow \quad T_0 = 2\pi\sqrt{70.10^{-3} x 1,0.10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \quad T_0 = 1,7.10^{-3} s$$

التردد الخاص هو : $$N_0 = \frac{1}{T_0} = 0,60kHz$$

- **تجربة .**

لنغير التردد N المفروض من طرف المولد من 20Hz إلى 2kHz ، مع الحفاظ على القيمة الفعالة للتوتر u(t) ثابتة .
ثم نلاحظ الوسع U'_m للتوتر الجيبي u'(t) المعاين في المدخل Y_B على شاشة راسم التذبذب .

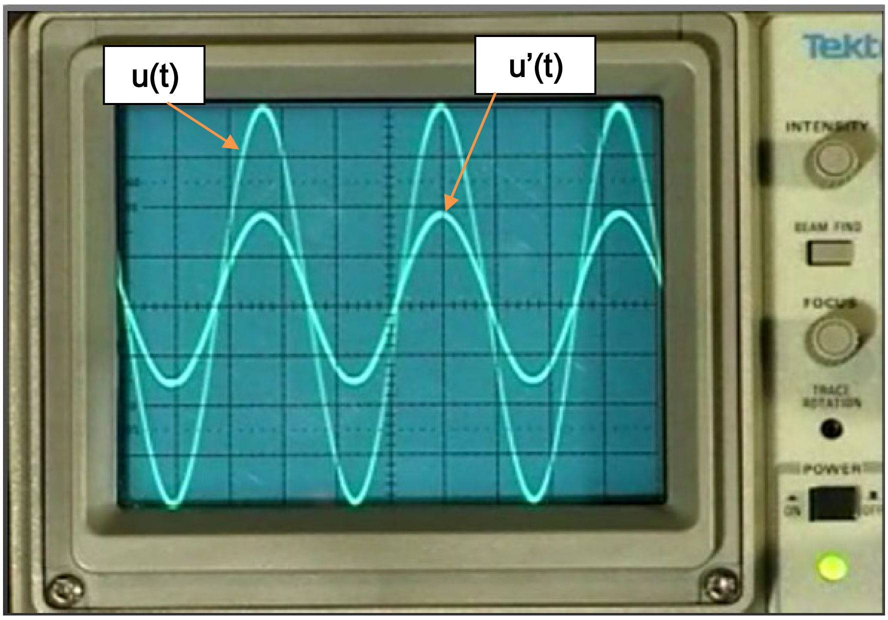
و وسع شدة التيار I_m له العلاقة : $$I_m = \frac{U'_m}{r}$$

- **ملاحظات .**

* عنما يتزايد التردد المفروض من 20Hz إلى 0,60kHz :
- الوسع I_m (القيمة القصوية لشدة التيار) يزداد
- خلال مدة زمنية تساوي نصف الدور ، شدة التيار i(t) تنعدم و هي تتصاعد (أو تتناقص) قبل التوتر u(t) . نقول إنها متقدمة في الطور بالنسبة للتوتر المطبق على ثنائي القطب (الشكل 2) .

* عندما يتزايد التردد المفروض من 0,60kHz إلى 2kHz فإن :
- الوسع I_m لشدة التيار ينقص .
- شدة التيار i(t) تكون متأخرة بالنسبة للتوتر u(t) (الشكل 3) .

* عندما يكون التردد N يساوي التردد الخاص N_0 : $N = N_0 = 0,60kHz$ فإن :
- وسع شدة التيار يأخذ قيمة قصوية I_{m0}
- شدة التيار i(t) على توافق في الطور مع التوتر u(t) (الشكل 4) .



الشكل 4 : شدة التيار i(t) و التوتر u(t) على توافق في الطور

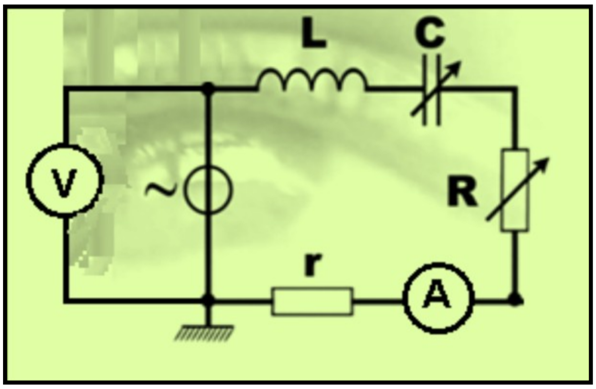
- **استنتاج .**

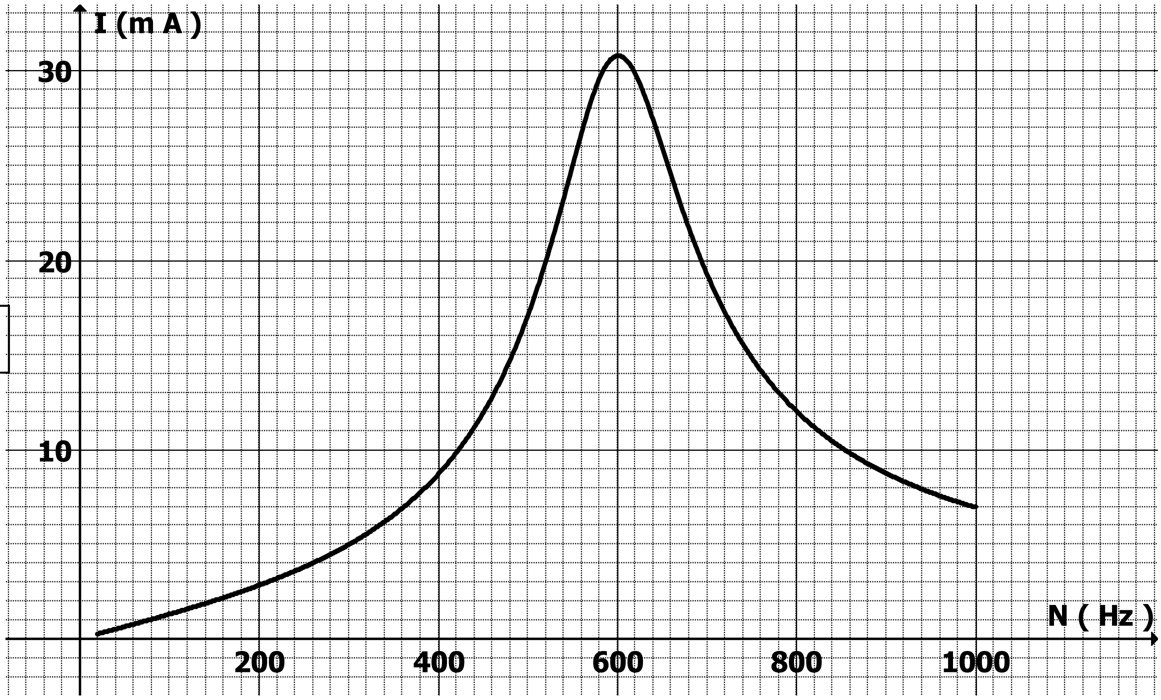
وسع شدة التيار I_m يمر من قيمة قصوية عندما يكون التردد N المفروض على ثنائي القطب « RLC » يساوي التردد الخاص $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
عند هذا التردد الخاص ، شدة التيار المار في الدارة على توافق في الطور مع التوتر المطبق على الدارة

هذه الظاهرة تسمى رنين شدة التيار. لهذا ، في إطار دراسة التذبذبات القسرية ، التردد الخاص N_0 يسمى كذلك تردد الرنين .

2 - 2) منحنى الرنين .

نزيل ربط راسم التذبذب من التركيب التجريبي السابق ، ثم نركب فولطمتر بين مربطي المولد و أمبيرمتر على التوالي مع عناصر الدارة .
نثبت القيمة الفعالة لتوتر المولد على القيمة $U = 2V$
و المقاومة المكافئة على القيمة $R + r = 50 + 15 = 65\Omega$.
نغير تردد المولد N و نقيس القيمة الفعالة I لشدة التيار الموافقة
.يمثل الشكل 5 النتائج المحصل عليها .
يسمى منحنى هذا المبيان بمنحنى الرنين .





الشكل 5

يبين المنحنى أن هناك ترددا حيث تكون I قصوية و تأخذ القيمة $I_0 \approx 30,85mA$ ، هذا التردد في هذه الحالة هو 600Hz و هو يساوي التردد الخاص لثنائي القطب « RLC » المدروس .

2 - 3) حدة الرنين .

- الرنين " الضبابي " و الرنين " الحاد " .

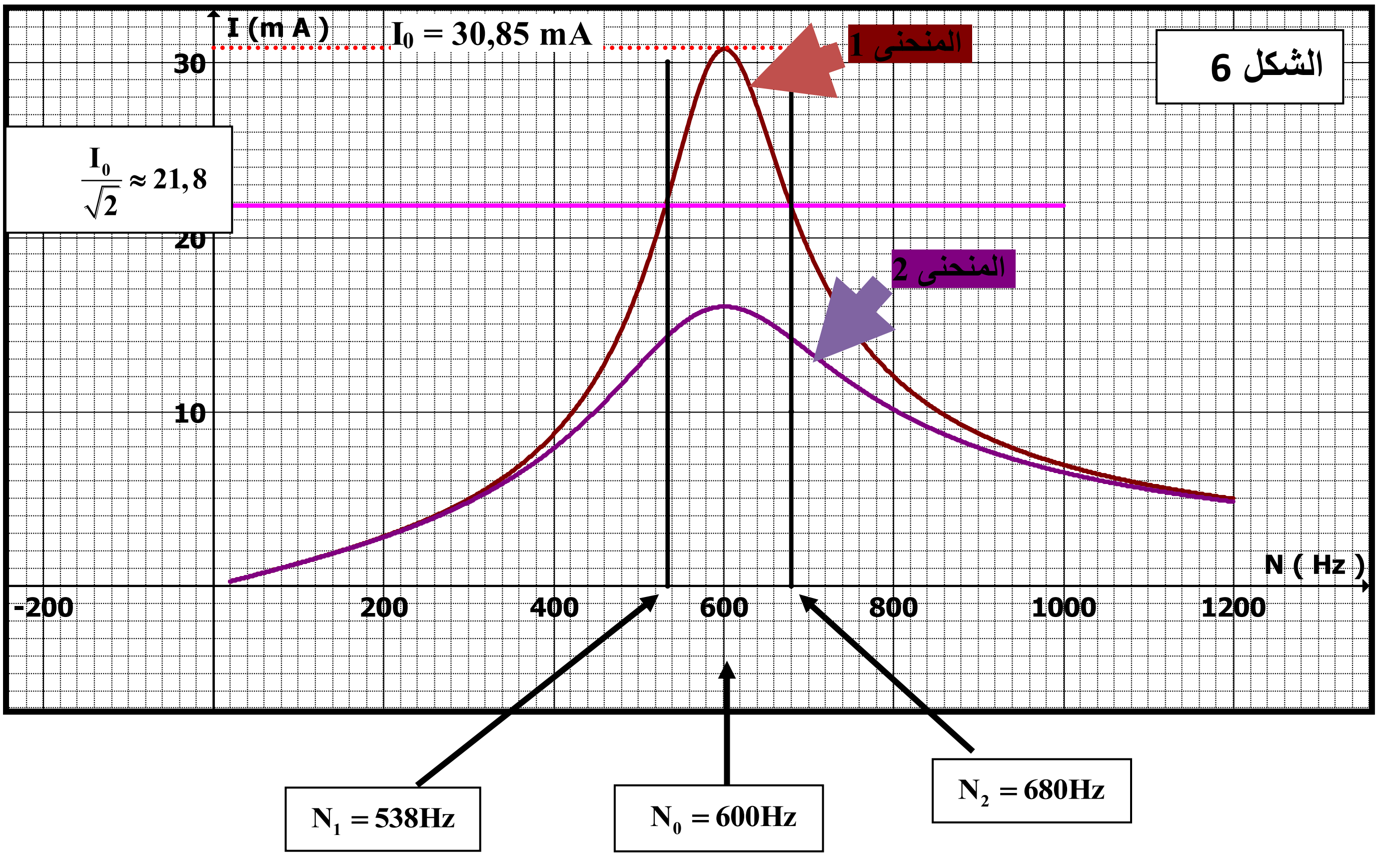
تحت توتر فعال $U = 2V$ ، نخط منحنا آخر للرنين ، باستعمال مقاومة مكافئة أكبر ، مثلا $R + r = 110 + 15 = 125\Omega$ (الشكل 6).
نلاحظ أن تردد الرنين هو نفسه في الحالتين :

تردد الرنين لا يتعلق بمقاومة ثنائي القطب « RLC »

بينما القيمة القصوية I_0' للشدة الفعالة I' في الحالة الثانية أصغر من I_0 :

شدة التيار الفعالة عند الرنين تتناقص كلما تزايدت مقاومة ثنائي القطب « RLC »

نلاحظ كذلك أن قمة المنحنى $I=f(N)$ تكون بارزة في الحالة الأولى (المنحنى 1) : **نقول أن الرنين حاد**
بينما في الحالة الثانية (المنحنى 2) فالقمة تقريبا منبسطة : **نقول أن الرنين ضبابي**



- **المنطقة الممررة ذات « 3dB » .**

التعريف :

المنطقة الممررة ذات « 3dB » لدارة RLC هي مجال الترددات $[N_1;N_2]$ للمولد (المثير)
حيث تكون الشدة الفعالة I للتيار المار بثنائي القطب RLC (الرنان) أكبر أو تساوي :

$$\frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

مع I_0 الشدة الفعالة للتيار عند الرنين

- **تحديد عرض المنطقة الممررة مبيانيا .**

القيمة القصوية للقيمة الفعالة $I_0 = 30,85mA$ و بذلك فإن $\frac{I_0}{\sqrt{2}} = 21,8mA$

المستقيم الأفقي $I = 21,8mA$ يقطع منحنى الرنين عند نقطتين يوافقهما الترددين : $N_1 = 538Hz$ و $N_2 = 680Hz$

عرض المنطقة الممررة هو : $\Delta N = N_2 - N_1 = 680 - 538 = 143Hz$

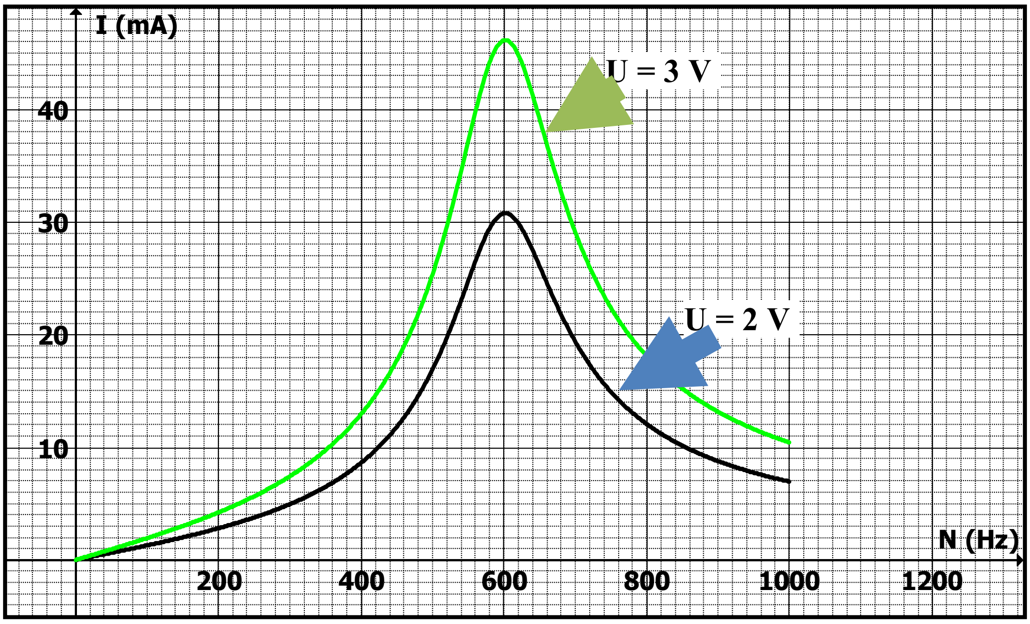
- **عرض المنطقة الممررة و المقاومة الكلية للدارة .**

في الحالة الأولى المقاومة الكلية تساوي 65Ω و عرض المنطقة الممررة هو $\Delta N = 145Hz$
في الحالة الثانية المقاومة الكلية تساوي 125Ω و عرض المنطقة الممررة هو $\Delta N' = 760 - 475 = 285Hz$

عرض المنطقة الممررة يزداد مع تزايد مقاومة الدارة
عندما تكون المقاومة صغيرة يكون الرنين حادا و يكون
ΔN ضعيفا و بالتالي تكون الدارة انتقائية

- عرض المنطقة الممررة و القيمة الفعالة للتوتر المطبق .

نعيد تجربة الحالة الأولى $(R+r=65\Omega)$ مع تطبيق توتر قيمته الفعالة $U=3,0V$ (عوض 2,0V) ، فنحصل على المبيان التالي :



ننجز بنفس الطريقة السابقة تحديدا لعرض المنطقة الممررة في هذه الحالة الجديدة $(U=3V)$ فنجد نفس العرض في الحالة الأولى $(U=2V)$.

لا يتعلق عرض المنطقة الممررة بالقيمة الفعالة للتوتر المطبق على ثنائي القطب RLC

- معامل الجودة .

معامل الجودة Q لثنائي قطب RLC هو خارج قسمة التردد عند الرنين N_0 على عرض منطقته الممررة ΔN :

$$Q=\frac{N_0}{\Delta N}$$

مثلا في الحالة الأولى $(R+r=65\Omega)$: $Q=\frac{600}{143}=4,2$

و في الحالة الثانية $(R+r=110+15=125\Omega)$: $Q'=\frac{N_0'}{\Delta N'}=\frac{600}{285}=2,1$

نلاحظ أن معامل الجودة Q يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة و يعبر عنه بدون وحدة ، كما أن Q يصغر كلما كبرت قيمة مقاومه الدارة . حيث يميز معامل الجودة حدة الرنين

2 - 4) فوق التوتر عند الرنين .

- **تجربة .**

نعود إلى تجربة الشكل 1 حيث $R_t = R + r = 65\Omega$ و $U = 2,0V$.

نقيس التوترات الفعالة على التوالي بين مربطي المقاومة الكلية R_t ، بين مربطي الوشيعة و بين مربطي المكثف . فنجد :

- بين مربطي المقاومة الكلية : $U_{Rt} = 2,0V$
- بين مربطي الوشيعة : $U_L = 8,4V$
- بين مربطي المكثف : $U_C = 8,4V$

- **استنتاج .**

- من الواضح أن : $U \neq U_{Rt} + U_L + U_C$

القيم الفعالة للتوترات لا تحقق قانون إضافية التوترات

- التورين الفعالين U_L و U_C أكبر من التوتر الفعال U الموجود بين مربطي ثنائي القطب « RLC » . إنها ظاهرة فوق التوتر :

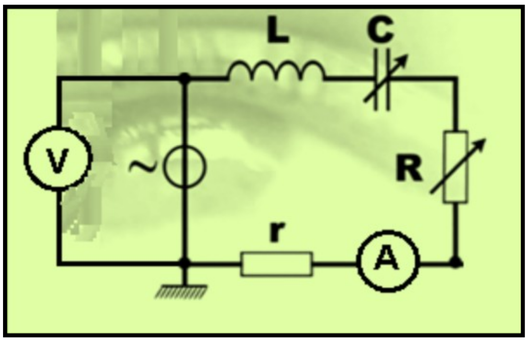
عند الرنين ، التوتر الفعال بين مربطي المكثف أو بين مربطي الوشيعة أكبر من التوتر الفعال المطبقة من طرف المولد

- نلاحظ أن الحاصل $\frac{U_L}{U}$ و $\frac{U_C}{U}$ يساوي 4,2 و هي قيمة معامل الجودة في هذه الحالة . نعتبر أن هذ الملاحظة عامة :

عند الرنين ، التوتر الفعال بين مربطي المكثف يساوي
جداء معامل الجودة والتوتر الفعال المطبق على ثنائي القطب RLC
$$U_C = Q.U$$
التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة له نفس رتبة القدر ، إذا كانت
مقاومة الوشيعة مهملة .

3) ممانعة الدارة .

3 - 1) الإبراز التجريبي .



- ننجز التركيب التجريبي الممثل جانبه ، يسمح الأمبيرمتر بقياس الشدة الفعالة I للتيار الذي يمر في ثنائي القطب RLC . و يعطي الفولطمتر التوتر الفعال U للتوتر المطبق بين مربطي ثنائي القطب RLC .
- نضبط المولد على تردد معيِّن مثلا $N_1 = 400Hz$ ، و بتغيير التوتر الفعال U ، نحصل على جدول القياسات أسفله .

نمثل U بدلالة I فنحصل على خط مستقيم (الشكل 7 ، المنحنى 1) يمر من أصل المعلم معادلته هي :

$$U = Z.I$$

حيث تمثل الثابتة Z المعامل الموجه للمستقيم ، و تسمى ممانعة الدارة ، يعبر عن Z بالأوم (Ω) .

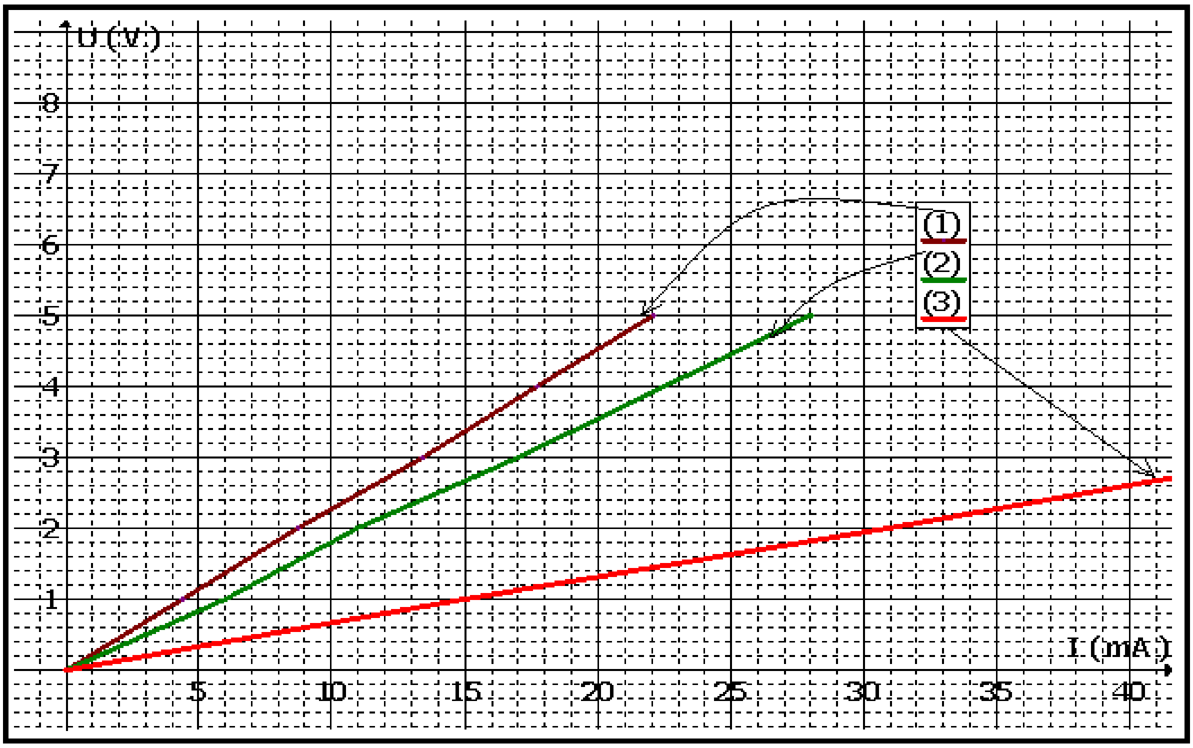
*** ملحوظة : يمكن تعيين الممانعة Z بطريقة سريعة ، و ذلك باستعمال راسم التذبذب ، الذي يسمح بقياس المقدارين القصويين U_m و I_m فنحصل على :** $Z = \frac{U_m}{I_m}$

U(V)	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
I(mA)	4,41	8,75	13,4	17,7	22,1

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad \text{و} \quad Z = \frac{U}{I}$$

3 - 2) تغيرات الممانعة بدلالة التردد .

نعيد التجربة السابقة (الفقرة 3 - 1) مع تغيير التردد ، حيث نضبط التردد عند القيمة $N_0 = 600Hz$ (التردد الخاص) فنحصل على المنحنى 3 (الشكل 7) ، و نضبطه عند القيمة $N_2 = 800Hz$ فنحصل على المنحنى 2 (الشكل 7) .



الشكل 7

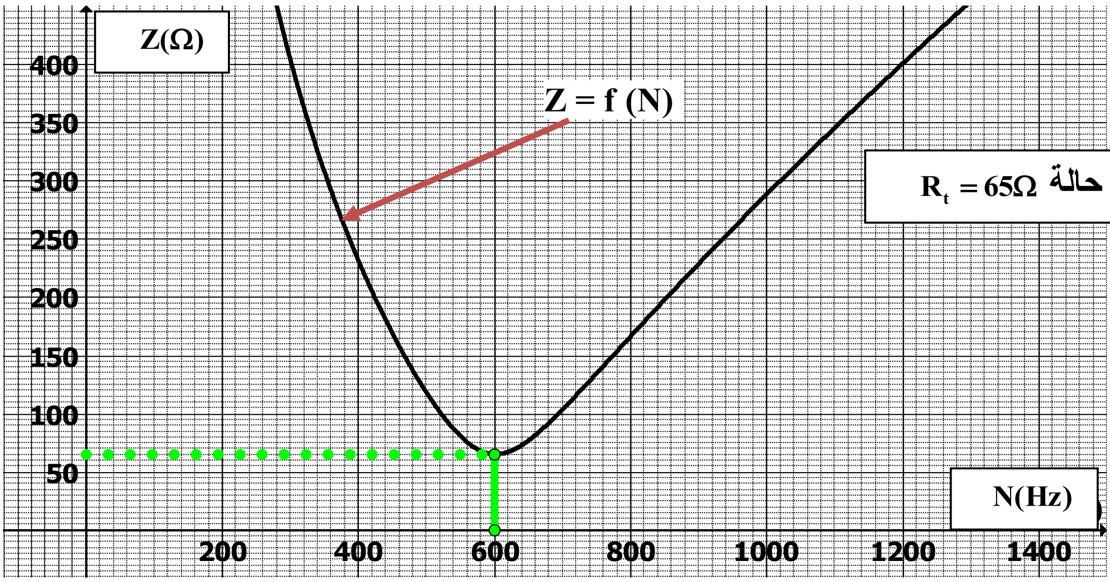
نحسب الممانعة في كل حالة فنجد :

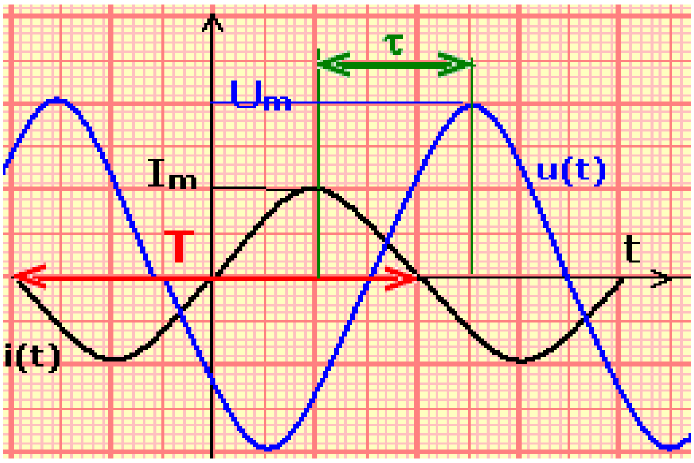
- بالنسبة ل N_1 : $Z_1 = 225\Omega$
- بالنسبة ل N_0 (الرنين) : $Z_0 = 65\Omega$
- بالنسبة ل N_2 : $Z_2 = 175\Omega$

نلاحظ أن الممانعتين Z_1 و Z_2 أكبر من الممانعة Z_0 عند الرنين

بصفة عامة تأخذ الممانعة قيمتها الدنوية و التي تساوي قيمة المقاومة الكلية للدارة عند الرنين

$$Z_0 = R_t$$





4) كيفية تحديد فرق الطور بين مقدارين جيبيين ؟

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبيين :

$u(t)=U_m\cos(\omega.t+\varphi_u)$ و $i(t)=I_m\cos(\omega.t+\varphi_i)$

نسمي طور الدالة $u(t)$ بالنسبة للدالة $i(t)$: $\varphi_{u/i}=\varphi_u-\varphi_i$

وطور الدالة $i(t)$ بالنسبة للدالة $u(t)$: $\varphi_{i/u}=\varphi_i-\varphi_u$

$\varphi_{u/i}$ و $(\varphi_{i/u})$ تقيس تقدم وتأخر طور الدالة $u(t)$ بالنسبة $i(t)$ ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i}>0$ نقول أن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i}<0$ نقول أن $u(t)$ متأخرة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i}=\frac{\pi}{2}$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تربيع في الطور . ونفس الشيء بالنسبة $\varphi_{u/i}=-\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i}=\pi$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تعاكس في الطور .

كيف نحدد قيمة φ ؟

لتبسيط الدراسة نختار $\varphi_i=0$ أي أن $\varphi=\varphi_u$ فتصبح العلاقة $i(t)=I_m\cos\omega t$ و

$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi)\Rightarrow u(t)=U_m\cos\left(\omega\left(t+\frac{\varphi}{\omega}\right)\right)=U_m\cos(\omega(t+\tau))$$

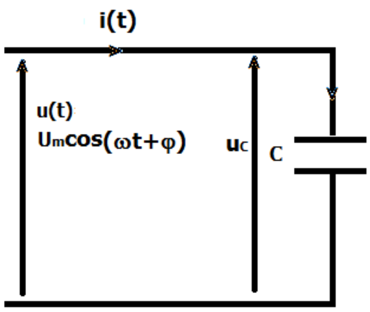
يوافق الطور $\varphi=\varphi_u$ للتوتر u(t) بالنسبة للتيار i(t) ، المدة الزمنية τ . حيث $\tau=\frac{\varphi}{\omega}$

يسمى τ الفرق الزمني بين منحنيي u(t) و i(t) .

يمكّن قياس τ على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور φ .

$$|\varphi|=\frac{2\pi}{T}.\tau$$

أمثلة :



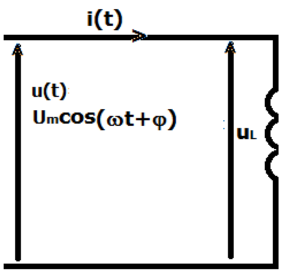
التوتر $u_C(t)$ بين مربطي مكثف عندما يمر فيه تيار كهربائي متناوب جيبي $i(t)=I\sqrt{2}\cos(\omega t)$:

$$u_C(t)=\frac{1}{C}q(t)=\frac{I_0\sqrt{2}}{C}\int_0^t\cos(\omega t)dt=\frac{I_0\sqrt{2}}{C\omega}\sin(\omega t)$$

$$u_C(t)=U_C\sqrt{2}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

U_C التوتر الفعال بين مربطي المكثف قيمته $U_C=\frac{I_0}{C\omega}$ وأن

$u_C(t)$ متأخرة في الطور على $i(t)$ ب $\frac{\pi}{2}$



التوتر $u_L(t)$ بين مربطي وشيعة خالصة (مقاومتها مهملة)

عندما يمر فيها تيار كهربائي متناوب جيبي $i(t)=I\sqrt{2}\cos(\omega t)$:

$$u_L(t)=L\frac{di}{dt}=-L\omega\sin(\omega t)=L\omega\sqrt{2}\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_L(t)=U_L\sqrt{2}\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

U_L التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة قيمته $U_L=L\omega I_0$ وأن $u_L(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$ ب $\frac{\pi}{2}$

5) القدرة الكهربائية .

القدرة الكهربائية اللحظية ، المستهلكة من قبل ثنائي قطب ، يمر فيه تيار شدته $i(t)$ ويوجد بين مربطيه التوتر $u(t)$ هي :

$$\boxed{p(t)=u(t).i(t)}$$

في النظام المتناوب الجيبي نبين أن : $p(t)=U.I\left[\cos\varphi+\cos(2\omega+\varphi)\right]$. نلاحظ أن $p(t)$ دالة جيبية نبضها 2ω (ω يمثل نبض التيار أو التوتر) . هذه القدرة اللحظية لا تمكّن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة .لذا وجب تعريف القدرة المكتسبة خلال دور والتي نسميها بالقدرة المتوسطة :

في حالة النظام الجيبي القسري ، القدرة المستهلكة خلال دور هي :

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t)dt$$

$$\boxed{P=U_{eff}.I_{eff}\cos\varphi}$$

حيث :

U_{eff} التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب

I_{eff} الشدة الفعالة للتيار المار في ثنائي القطب

$\cos\varphi$ معامل ، يسمى معامل القدرة ، حيث φ طور $u(t)$ بالنسبة ل $i(t)$ له التعبير : $\cos\varphi=\frac{(R+r)}{Z}$

يمكن استنتاج تعبير آخر للقدرة المتوسطة : $P=U_{eff}.I_{eff}\cos\varphi=Z.I.I.\frac{R+r}{Z}\boxed{=(R+r)I^2}$

في الدارة RLC المتوالية تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة فقط ، بمفعول جول .