الدارة (R,L,C) المتوالية في النظام الجيبي والقسري .
Circuit (R,L,C)en série en régime sinusoïdal forcé

رأينا سابقا أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا مخمدا . عند إضافة مولد كهربائي مركب على التوالي إلى الدارة ويزودها بتوتر متناوب جيبي أي أنه يفرض على المتذبذب نظام متناوب جيبي ، نقول أن الدارة RLC توجد في **نظام جيبي قسري** .

I ـ النظام المتناوب الجيبي

1 ـ شدة التيار المتناوب الجيبي

$$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$$

I_m الوسع أو شدة القصوى للتيار .

ω : نبض التيار $\omega = 2\pi N = \dfrac{2\pi}{T}$

$(\omega.t + \varphi_i)$: طور التيار في اللحظة t .

φ_i : الطور في أصل التاريخ

مثال : عند أصل التواريخ t=0 شدة التيار قصوية $i(t)=I_m$ أي أن $\cos\varphi_i = 1 \Rightarrow \varphi_i = 0$ وبالتالي

$$\boldsymbol{i(t) = I_m \cos \omega.t}$$

الشدة الفعالة I للتيار :

تقاس الشدة الفعالة I للتيار بواسطة جهاز الأمبيرمتر وتربطها بالشدة الفصوى للتيار العلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

2 ـ التوتر المتناوب الجيبي

التوتر اللحظي u(t)

التوتر المتناوب الجيبي دالة جيبية للزمن :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_2)$$

U_m الشدة القصوى للتوتر u(t) وهي تقاس بواسطة جهاز راسم التذبذب .

ω : نبض التوتر اللحظي u(t) $\omega = 2\pi N = \dfrac{2\pi}{T}$

$(\omega.t + \varphi_u)$: طور التوتر في اللحظة t .

φ_u : الطور في أصل التاريخ t=0

مثال عند أصل التواريخ t=0 عندنا $u(t)=U_m=U_m\cos\varphi_u$ وبالتالي أن $\varphi_u = 0$

$$\boldsymbol{u(t) = U_m \cos \omega.t}$$

التوتر الفعال U

يقاس التوتر الفعال U بواسطة جهاز الفولطمتر ، وتربطه بالتوتر الأقصى العلاقة :

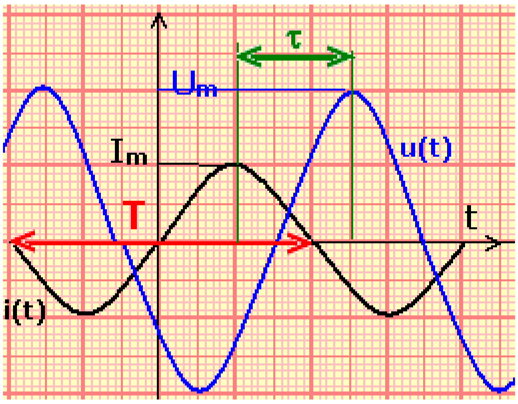
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

3 ـ مفهوم الطور

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبيين :

$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$ و $i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$

نسمي طور الدالة $\boldsymbol{u(t)}$ بالنسبة للدالة $\boldsymbol{i(t)}$: $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$



وطور الدالة $i(t)$ بالنسبة للدالة $u(t)$: $\varphi_{i/u}=\varphi_i-\varphi_u$

$\varphi_{u/i}$ و $(\varphi_{i/u})$ تقيس تقدم وتأخر طور الدالة $u(t)$ بالنسبة $i(t)$

ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i}>0$ نقول أن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i}<0$ نقول أن $u(t)$ متأخرة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i}=\frac{\pi}{2}$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تربيع في الطور . ونفس

الشيء بالنسبة $\varphi_{u/i}=-\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i}=\pi$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تعاكس في الطور .

كيف نحدد قيمة φ ؟

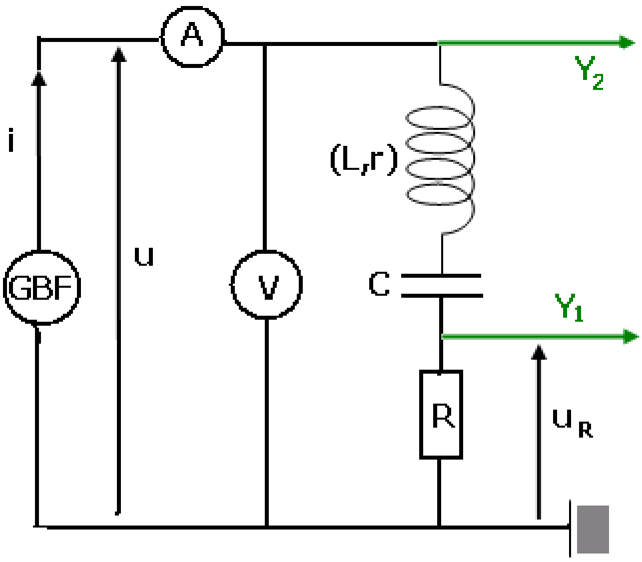
لتبسيط الدراسة نختار $\varphi_i=0$ أي أن $\varphi=\varphi_u$ فتصبح العلاقة $i(t)=I_m\cos\omega t$ و

$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi)\Rightarrow u(t)=U_m\cos\left(\omega\left(t+\frac{\varphi}{\omega}\right)\right)=U_m\cos(\omega(t+\tau))$$

يوافق الطور $\varphi=\varphi_u$ للتوتر u(t) بالنسبة للتيار i(t) ، المدة الزمنية τ . حيث $\tau=\frac{\varphi}{\omega}$

يسمى τ الفرق الزمني بين منحنيي u(t) و i(t) .

يمكّن قياس τ على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور φ .



II ـ دراسة دارة RLC متوالية في نظام جيبي قسري .

1 ـ النشاط التجريبي 1 : معاينة التوتر u(t) بين مربطي الدارة RLC و i(t) بدلالة الزمن .

ننجز التركيب الكهربائي جانبه ، حيث نضبط مولد التردد المنخفض على توتر متناوب جيبي قيمته القصوى $U_m=2V$ وعلى التردد N=100Hz .

نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي ، والتوتر u(t) بين مربطي الدارة RLC .

نقيس بواسطة أمبير متر الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة ، ونقيس بواسطة فولطمتر التوتر الفعال U بين مربطي الدارة RLC .

استثمار :

يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي :

$$u(t)=U_m\cos(\omega.t+\varphi_u)$$

فيظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته $i(t)=I_m\cos\omega t$ يمثل التيار i(t) استجابة الدارة RLC المتوالية للإثارة التي يفرضها المولد ذي تردد منخفض .

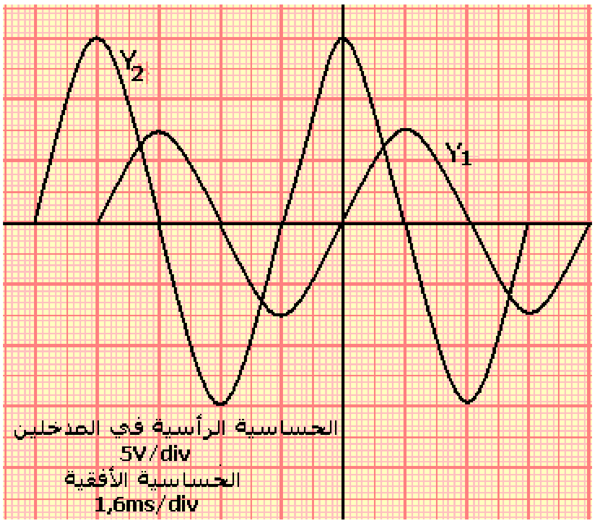
نسمي الدارة RLC المتوالية **الرنان** والمولد **المثير**

يمكن المدخلان Y_1 و Y_2 لراسم التذبذب من معاينة التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر u(t) المطبق بين مربطي الدارة RLC .

1 ـ فسر لماذا تمكن معاينة التوتر $u_R(t)$ من معاينة تغيرات شدة التيار اللحظية i(t) .

حسب قانون أوم لدينا $u_R(t)=Ri(t) \Rightarrow i(t)=\frac{1}{R}u(t)$ مما يدل على أن المنحنى المعين على المدخل Y_1 يتناسب اطرادا مع i(t) .

2 ـ أحسب شدة التيار القصوى I_m ، ثم تحقق من العلاقة $I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$.



3 ـ عين القيمة القصوى U_m للتوتر u(t) ، ثم تحقق من العلاقة : $U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$

4 ـ هل لمنحنيي الرسم التذبذبي :

ـ نفس الوسع ؟ نفس التردد ؟ نفس الطور ؟

ـ نقول أن الدارة توجد في نظام قسري ، فسر ذلك ؟

5 ـ نرمز للفرق الزمني بين منحنيي التوتر u(t) و i(t) بالحرف τ .

5 ـ 1 بين أن تعبير الطور φ للتوتر u(t) بالنسبة لشدة التيار i(t) يكتب كالتالي : $\varphi=2\pi\frac{\tau}{T}$

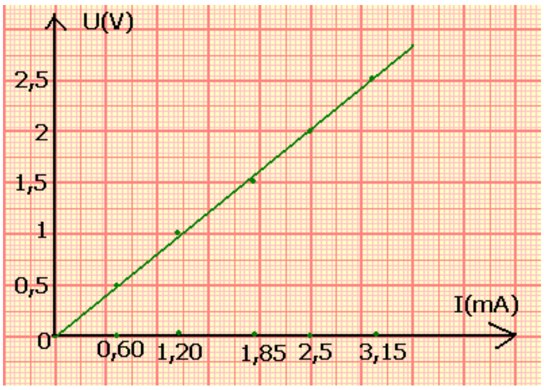
حيث T هو دور كل من المقدارين الجيبيين u(t) و i(t) .

5 ـ 2 تحقق تجريبيا من أن المقادير : معامل التحريض الذاتي L للوشيعة وسعة المكثف C ، والتردد N للمولد GBF تؤثر في الفرق الزمني τ .

2 ـ مفهوم الممانعة .

<u>تجربة</u> : في التركيب الكهربائي السابق نحتفظ بالتردد ثابتا ونغير التوتر الفعال U بدلالة الشدة الفعالة I فنحصل على الجدول التالي :

U(V)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
I(mA)	0	0,60	1,20	1,85	2,50	3,15



نستنتج من خلال الجدول أن U و I يتناسبان اطرادا .

$\boldsymbol{U=ZI}$

تسمى الثابتة Z بممانعة الدارة ويعبر عنها في النظام العالمي للوحدات بالأوم Ω

<u>تأثير التردد على الدارة RLC</u>

نغير التردد في التجربة السابقة N′=500Hz ماذا نلاحظ ؟

عندما نغير التردد نلاحظ أن الطور يتغير وكذلك الممانعة Z .

<u>2 ـ الدراسة النظرية لدارة (R,L,C) في النظام الجيبي والقسري</u> .

2 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية للدارة :

نختار أصل التواريخ حيث يكون تعبير الشدة اللحظية كالتالي : $i(t)=I_m\cos\omega t$ و

$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$

φ طور التوتر بالنسبة للشدة i .

نطبق قانون إضافية التوترات : $u=u_{AE}=u_{AB}+u_{BD}+u_{DE}$

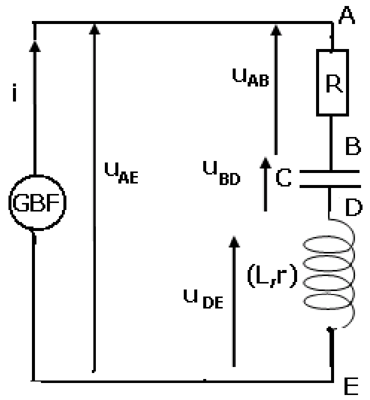
بتطبيق قانون أوم :

* على الموصل الأومي :

$u_{AB}=Ri$

* بالنسبة للوشيعة مقامتها الداخلية مهملة ومعامل تحريضها L :

$$u_{DE} = L\frac{di}{dt}$$



* بالنسبة للمكثف سعته C :

$u_{BD} = \frac{q}{C}$ وبما أن $i = \frac{dq}{dt}$ فإن u دالة أصلية لشدة التيار i التي تنعدم

عند t=0 :

$$q(t) = \int_0^t idt \Leftrightarrow u_{DE} = \frac{1}{c}\int_0^t idt$$

نستنتج المعادلة التفاضلية للدارة (R,L,C) : $u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int_0^t idt$

u و i عندهما نفس التردد N وبما أن ω=2πN فإن u و i لهما نفس النبض .

$$i = I_m \cos \omega t$$

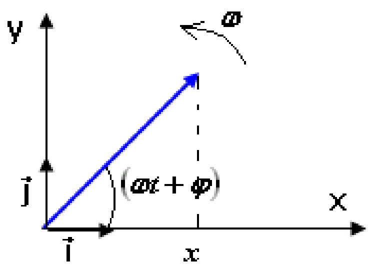
$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{di}{dt} = I_m \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -\omega I_m \sin \omega t$$

$$\int_0^t idt = I_m \int_0^t \cos \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t$$

في المعادلة التفاضلية المحصل عليها سابقا :

$$u = RI_m \cos \omega t + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



2 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية ـ إنشاء فرينل

أ ـ تمثيل فرينل لمقدار جيبي

نعتبر المقدار الجيبي التالي : $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$

نقرن المتجهة $\vec{U}$ بالدالة $x(t)$ بحيث في معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ عندنا $\|\vec{U}\| = a$ و $(\vec{i},\vec{U}) = \omega t + \varphi$

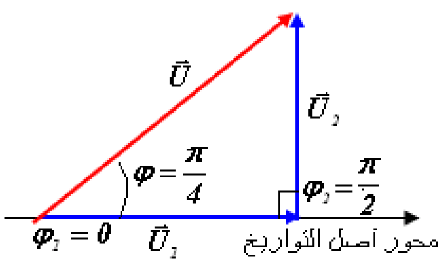
المتجهة تدور حول النقطة O بسرعة زاوية ωt . عند إسقاط $\vec{U}$ على Ox : $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$

نلاحظ أن المقدار الجيبي x يطابق القياس الجبري لإسقاط المتجهة $\vec{U}$ على المحور Ox .

إذن يمكن إقران كل مقدار جيبي أو دالة جيبية $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$ بمتجهة تدور بسرعة زاوية ω .

كما أن العكس صحيح كذلك : يمكن أن نقرن كل متجهة دوارة بمقدار جيبي نبضه مساو للسرعة الزاوية للدوران . المتجهة المقرونة بالدالة الجيبية تسمى بمتجهة فرينل .

ب ـ مجوع دالتين جيبتين لهما نفس النبض .



نعتبر الدالتين الجيبيتين التاليتين : $x_1(t) = a_1 \cos \omega t$ و

$x_2 = a_2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ بحيث أن $a_1 = a_2 = a$

أوجد المجموع $x = x_1 + x_2$ باستعمال متجهة فرينل .

نقرن x_1 بمتجهة $\vec{U}_1$ بحيث أن $\|\vec{U}_1\| = a_1$ و طورها عند اللحظة t=0

هو $\varphi_1 = 0$

ونقرن x_2 بمتجهة $\vec{U}_2$ بحيث أن $\|\vec{U}_2\| = a_2$ وطورها في اللحظة t=0 هو $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

المتجهة $\vec{U}$ منظمها $a\sqrt{2}$

وطورها عند اللحظة t=0 هو $\varphi = \frac{\pi}{4}$

لأن $\tan\varphi = 1$

إذن $x(t) = a\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

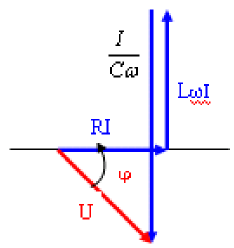
ج ـ إنشاء فرينل للحصول على مجموع الدالات الثلاث .

اعتمادا على الإنشاء الهندسي والعلاقات في المثلث قائم الزاوية يمكن الحصول على

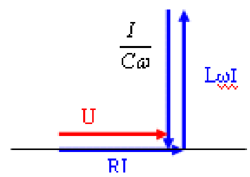
$U_m = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}\ I_m$ من هنا نستنتج الممانعة $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$ أي أن

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

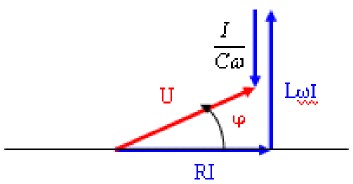
الطور φ نحسب $tg\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ أو كذلك $\cos\varphi = \frac{RI_m}{U_m} = \frac{R}{Z}$



φ <0 سالبة u نتأخر في الطور على الشدة i
وفي هذه الحالة تكون التأثير الكثافي متفوقا على التأثير التحريضي
$L\omega < \frac{I}{C\omega}$



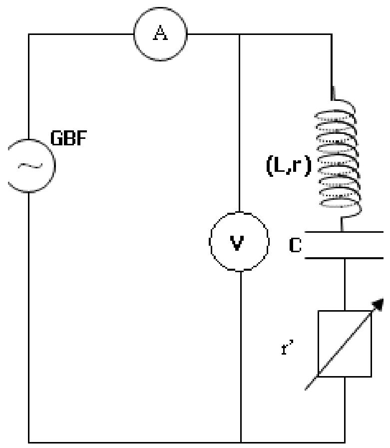
φ =0 التوتر u متوافق في الطور مع الشدة i
في هذه الحالة تكون ظاهرة الرنين
$L\omega = \frac{I}{C\omega}$



φ >0 موجبة نقول أن التوتر u متقدم في الطور على الشدة i
في هذه الحالة يكون التأثير التحريضي متفوقا على التأثير الكثافي
$L\omega > \frac{I}{C\omega}$

III ـ ظاهرة الرنين الكهربائي .

1 ـ الدراسة التجريبية :



ننجز التركيب التجريبي الممثل جانبه حيث يعطي مولد التوتر المنخفض GBF توترا متناوبا قيمته الفعالة U وتردده N قابلان للضبط .

ـ الوشيعة معامل تحريضها الذاتي L=0,95H ومقاومتها r صغيرة .

ـ مكثف سعته C=0,5µF

ـ نثبت التوتر الفعال U على القيمة U=2V والمقاومة الكلية R=r+r' على القيمة R_1=40Ω .

ـ نغير التردد N للمولد وفي كل مرة نقيس الشدة الفعالة I للتيار .

ـ نضبط المقاومة الكلية R للدارة على القيمة R_2=100Ω وذلك بتغيير المقاومة r' للموصل الأومي ، ونعيد التجربة السابقة .

ندون النتائج في الجدول التالي :

نغير المقاومة R للدارة بتغيير المقاومة r' للموصل الأومي ، فنحصل على النتائج التالية :

N(Hz)	100	120	130	140	150	155	158	160	161	166	170	180	200
R_1=40Ω,I(mA)	2	3,12	4,37	6,25	11,25	16,6	22,5	25	25,75	23,12	16	9,37	53,7
R_2=100Ω,I(mA	2	3,75	4,37	6,25	10	12,5	14,5	14,75	14,87	14,5	12,5	8,25	4,75

استثمار النتائج :

1 ـ مثل في نفس المعلم ، المنحنيين I بدلالة N بالنسبة للمقاومتين الكليتين R_1 و R_2 للدارة .

2 ـ يطلق اسم الرنان على المتذبذب RLC واسم المثير على مولد التردد المنخفض GBF .

عندما يأخذ التردد N للمثير قيمة مساوية للتردد الخاص N_0 للرنان ، تصبح الشدة الفعالة للتيار المار في الدارة قصوى ، نقول في هذه الحالة إن الدارة RLC التوالية في حالة رنين .

2 ـ 1 حدد بالنسبة لكل منحنى :

ـ التردد N_0 عند الرنين .

ـ الشدة الفعالة I_0 عند الرنين .

2 ـ 2 أحسب Z_1 ممانعة الدارة عند الرنين ، ثم قارنها بالمقاومة الكلية R_1 للدارة .

كيف تتصرف الدارة RLC عند الرنين ؟

3 ـ المنطقة الممرّة ذات 3dB ـ 3décibel ـ لدارة RLC متوالية هي مجال الترددات $[N_1,N_2]$ للمولد حيث تحقق الشدة الفعالة للتيار I العلاقة : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

3 ـ 1 عين كلا من N_1 و N_2 بالنسبة للمنحنى الموافق ل R_1 .

3 ـ 2 أحسب العرض $\Delta N = N_2 - N_1$ للمنطقة الممررة ثم قارنه مع القيمة النظرية $\Delta N = \frac{R_1}{2\pi L}$ ، ماذا تستنتج ؟

3 ـ 3 ما تأثير المقاومة الكلية للدارة على عرض المنطقة الممررة ؟

4 ـ نضبط تردد المثير على القيمة N_0 .

4 ـ 1 كيف يجب ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوترين $u(t)$ و $u_R(t)$ ؟

4 ـ 2 هل التوتران $u(t)$ و $u_R(t)$ على توافق في الطور ؟ علل إجابتك .

2 ـ دراسة منحنيات رنين الشدة

أ ـ قيمة تردد الرنين

حسب المنحنيات نلاحظ:

ـ أنها تتوفر على قيمة قصوية توافق نفس القيمة والتي تساوي N=160Hz بالنسبة للدارة كيفما كانت R .

ـ حساب التردد الخاص N_0 للدارة :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$N_0 \cong 604Hz$$

نستنتج أن $N=N_0$ نقول أن هناك رنينا.

تحدث ظاهرة الرنين عندما يكون التردد N للتوتر المطبق مساويا للتردد الخاص N_0 للدارة $N=N_0$

ب ـ دور مقاومة الكلية للدارة

يلاحظ من خلال المنحنيات الاستجابة :

مهما كانت المقاومة R للدارة صغيرة تكون شدة التيار الفعالة القصوية عند الرنين كبيرة ويكون الرنين حادا .

عندما تكون R كبيرة يزول الرنين ، نقول أن الرنين أصبح ضبابيا .

3 ـ الدراسة النظرية لظاهرة الرنين :

1 ـ قيم المقادير المميزة

أ ـ التردد عند الرنين

$\omega = 2\pi N \quad \mathrm{I} = \mathrm{f(N)}$

$\mathrm{I} = \mathrm{f}(\omega)$

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{Z}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

I تكون قصوية عندما تكون الممانعة Z دنوية أي $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$$LC\omega^2 = 1$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

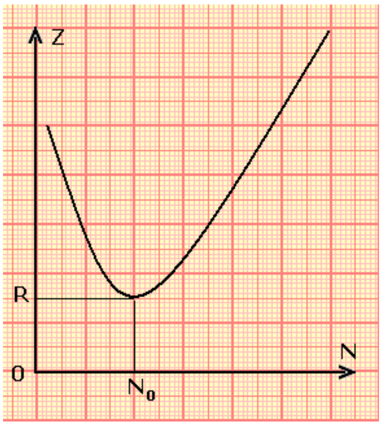
$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

I قصوية بالنسبة $N=N_0$ وهذا يتطابق مع النتائج التجريبية.

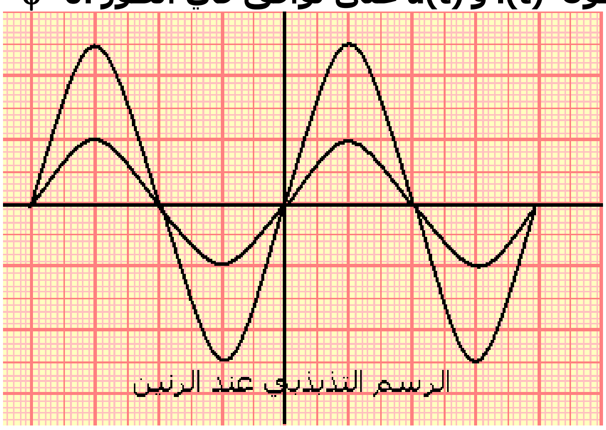
ب ـ ممانعة الدارة عند الرنين

عند الرنين $Z = R \Leftrightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$ أي تكون ممانعة الدارة دنوية وتساوي المقاومة الكلية للدارة .

وتكون القيمة القصوية I_0 للشدة الفعالة I : $Z = R \Leftrightarrow I = \frac{U}{Z} \Leftrightarrow I_0 = \frac{U}{R}$



ج ـ عند الرنين تكون i(t) و u(t) على توافق في الطور φ=0:



2 ـ المنطقة الممرّرة. " ذات3db "

* **تعريف**: المنطقة الممررة . " ذات3db "لدارة (R,L,C) في مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد حيث تكون

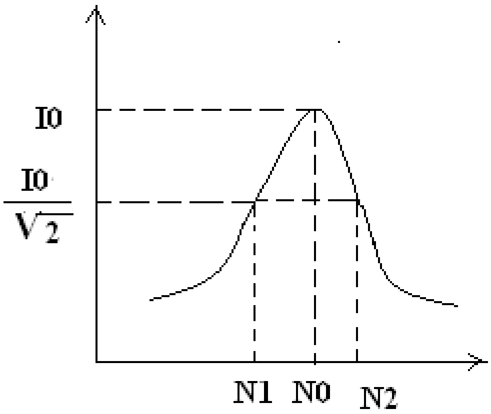
الاستجابة I أكبر أو على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 تمثل الشدة الفعالة للتيار عند الرنين)

$\Delta N = N_2 - N_1$ عرض المنطقة الممررة

ـ تحديد المنطقة الممررة:

لنبحث عن القيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحدان المنطقة الممررة ،

حيث تكون الاستجابة $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ويكون عرضها



$\Delta N = N_2 - N_1$ و $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

$$\Delta N = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi}$$

$$2\pi\Delta N = \Delta\omega$$

يعبر عن عرض المنطقة الممررة بالراديان على الثانية rad/s أو بالهرتز .

حساب عرض المنطقة الممررة:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})}}$$

قيمتها عند الرنين $I_0 = \frac{U}{R}$

نبحث عن قيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحددان المنطقة الممررة أي المجال الذي تتحقق فيه

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \mathrm{I} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{R}}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{U}{R}$$

$$\frac{U}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{1}{2R^2} \Leftrightarrow 2R^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$$

$LC\omega^2{}_1 - 1 = -RC\omega_1$ و $LC\ \omega_2 - 1 = +RC\omega_2$

$$LC(\omega^2{}_2\ - \omega_1^2) = RC(\omega_2 + \omega_1)$$

$$LC(\omega_2 - \omega_1) = RC \Leftrightarrow \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

- عرض المنطقة الممررة لا يتعلق إلا ب R و L ويتناسب اطرادا مع R .
- في الحالة التي تكون فيها R صغيرة جدا يكون الرنين حادا أي أن ΔN كذلك صغيرة .

3 ـ معامل الجودة

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

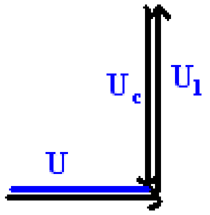
$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

$$\Delta\omega = \frac{L}{R} \Leftrightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

Q معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نعبر عنه بدون وحدة و تميز حدة الرنين .
، كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .
كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة .

عند الرنين $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$ أي $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

إنشاء فرينل عند الرنين



نسمي معامل الجودة كذلك **معامل فرط التوتر** .
تعبيري التوتر بين مربطي المكثف والوشيعة عند الرنين :

$$U_L = L\omega_0 I_0 \text{ و } U_c = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U_c = U_L \Leftrightarrow L\omega_0 I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U = R.I_0$$

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{U}{RC\omega_0} = Q.U$$

$$U_L = L\omega_0 I_0 = \frac{L\omega_0 U}{R} = Q.U$$

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{Q_L}{U}$$

يلاحظ أنه عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة . وهذا يعني أن $U_C > U$ و $U_L > U$ مما يدل على أنه عند الرنين يظهر فرط التوتر . وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة .

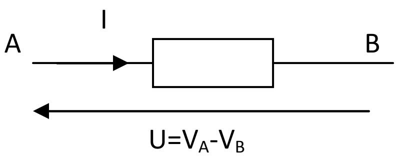
VI ـ القدرة في النظام المتناوب الجيبي .

1 ـ القدرة اللحظية

حالة التيار المستمر

خلال المدة Δt تكون الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب X هي: $W = U\,I\,\Delta t$

والقدرة الكهربائية $P = UI$



في النظام المتناوب الجيبي

$$i = I\sqrt{2}\cos\omega t$$

$$u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$$

في هذه الحالة تكون القدرة اللحظية p=ui

$$p = 2UI\cos\omega t.\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\cos\omega t.\cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}(\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi)$$

$$p = UI[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi]$$

هذه القدرة لا تمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب فهي تبين فقط في لحظة معينة ما إذا كان ثنائي القطب يكتسب طاقة p>0 أو يفقدها p<0 لذا فمن الضروري تعريف القدرة المتوسطة .

2 ـ القدرة المتوسطة

الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب خلال الدور T :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

$$p = 2UI\left[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right]$$

$$E = UI\int_0^t\left[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right]dt = UI\cos\varphi\int_0^T dt + UI\int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)dt$$

$$E = UIT\cos\varphi + 0 = UIT\cos\varphi$$

$$P = \frac{E}{T} \Leftrightarrow P = UI\cos\varphi$$

Cosφ معامل القدرة

القدرة الظاهرية

$$S = UI$$

$$P = UI\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

معامل القدرة

$$U = ZI$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$P = UI\cos\varphi = ZI^2\frac{R}{Z}$$

$$P = RI^2$$

في الدارة RLC المتوالية لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول وتساوي هذه القدرة $P=RI^2$

ملحوظة : أهمية معامل القدرة

عند استهلاك طاقة كهربائية من طرف مستهلك فإن المؤسسة الموزعة تضمن للمستهلك توترا أي أن هذا الاستهلاك يقابله مرور تيار كهربائي i(t) في خطوط الشبكة الموصلة وتقدمه أو تأخره في الطور φ يتعلق بنوع الأجهزة الكهربائية المستعملة .

من العلاقة $P = UI\cos\varphi$ نستخرج $I\cos\varphi = \frac{P}{U}$ بالنسبة لقدرة P محددة يكون Icosφ محدد كذلك

وبالتالي I يكبر كلما صغر معامل القدرة cosφ . وبما أن مفعول جول في خطوط الشبكة يتناسب اطرادا مع I^2

القدرة وتفرضه على المستهلك وهو عموما لايقل عن 0.8