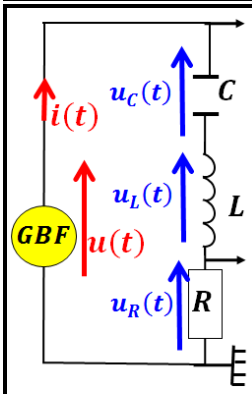
التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية
Les oscillations forcées dans un circuit RLC série

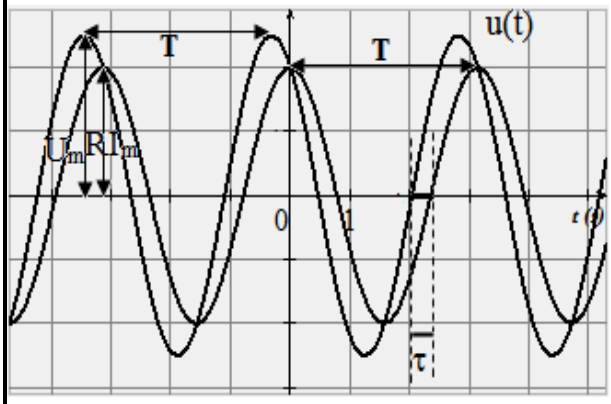


* شدة التيار $i(t) = I_m \cos(\omega.t)$ والتوتر الكهربائي $u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi)$ مع $\omega.t + \varphi$ طور التوتر عند لحظة t و $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ طور التوتر بالنسبة لشدة التيار عند $t = 0$ و $\omega = 2\pi.N = \frac{2\pi}{T}$.

* يرغم المولد الدارة RLC على التذبذب بنفس تردده N ، فيعتبر مثيرا والدارة تعتبر رنانا ويسمى هذا النظام نظام جيبي وقسري.

* تحديد الطور : $|\varphi| = \omega.\tau = 2\pi.\frac{\tau}{T}$

* ممانعة الدارة RLC هي $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$ مع $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ و $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ وحدة الممانعة الأوم Ω.

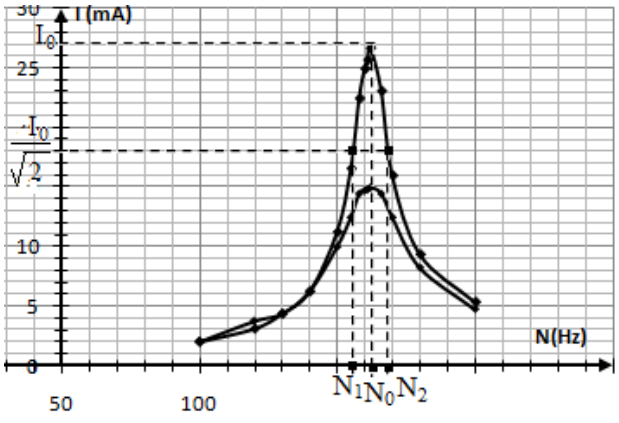


* إنشاء فرينيل : $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ و $tan\,\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ و $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

* المعادلة التفاضلية: $u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$

أي $u(t) = R.i(t) + L.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t).dt$

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = R.I_m \cos(\omega.t) + L.\omega.I_m \cos(\omega.t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C.\omega}\cos(\omega.t - \frac{\pi}{2})$



* مفهوم الرنين الكهربائي: عند تغيير تردد المولد N تتغير القيمة الفعالة لشدة التيار I فتأخذ قيمة قصوية I_0 عندما يصبح تردد المولد N مساويا للتردد الخاص N_0 للمتذبذب RLC : $N = N_0 = \frac{1}{2\pi.\sqrt{L.C}}$ مع $Z = R$ و $\varphi = 0$ و $L.C.\omega_0^2 = 1$ و $I = I_0 = \frac{U}{Z}$.

* المنطقة الممررة ذات $-3dB$ هي مجال الترددات $[N_2; N_1]$ حيث $\frac{I_0}{\sqrt{2}} \le I \le I_0$ وهي ممركزة حول التردد الخاص للدارة عرضها $\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi.L}$ ومعامل الجودة $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

وعند الرنين تكون الدارة مقرا لفرط التوتر $U_C = U_L = Q.U$. (لأن $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ أي $\frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{2}R}$

وبالتالي $L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$ تقبل حلين $\omega_1 = \frac{-R + \sqrt{R^2 + 4\frac{L}{C}}}{2L}$ و $\omega_2 = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4\frac{L}{C}}}{2L}$ إذن $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$)

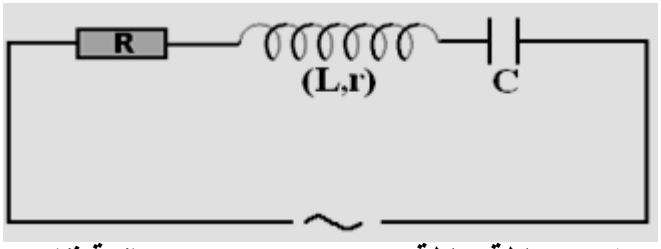
* القدرة المتوسطة المستهلكة في ثنائي قطب: $\mathcal{P} = \frac{1}{T}\int_0^T \mathcal{P}(t).dt = U.I.\cos\varphi = R.I^2$ التي تستهلك فقط بمفعول جول و القدرة الظاهرية $S = U.I$ و $\cos\varphi = \frac{\mathcal{P}}{S}$ معامل القدرة.

التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية
Les oscillations forcées dans un circuit RLC série

تمرين 1 :

يتكون ثنائي قطب AB المتكون من موصل أومي مقاومته R وشيعة معامل تحريها L و مقاومتها مهملة ومكثف سعته C. نطبق بواسطة مولد بين المربطين A و B توترا جيبيا $u(t)$ توتره الفعال $U = 150\ V$ وتردده N قابل للضبط. فيمر تيار شدته $i(t) = I_m \cos(\omega.t)$.

نعطي : $Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$



1- اكتب بدلالة بدلالة R و C و L و N ممانعة ثنائي القطب AB .

2- اكتب بدلالة R و C و L و N تعبير معامل القدرة .

3- نضبط التردد N على القيمة N_0 لتتحقق العلاقة $U_C = U_L = 3.U_R$ ، حيث يمثل U_R التوتر الفعال بين مربطي الموصل و U_L التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة و U_C بين مربطي المكثف .

1-3- حدد معللا جوابك اسم الظاهرة التي تحدث في الدارة.

2-3- أوجد العلاقة الرابطة بين C و L و N_0 .

3-3 - احسب الشدة الفعالة للتيار I_0 المار في الدارة علما أن $R = 100\ \Omega$.

تمرين 2 :

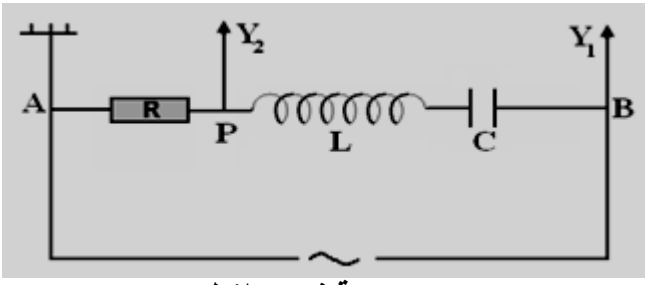
نركب على التوالي بين نقطتين A و B :

- موصلا أوميا مقاومته R قابلة للضبط . - وشيعة معامل تحريضها $L = 0,05\ H$ و $r = 0$. - مكثفا سعته C .

يطبق مولد كهربائي ذو توتر منخفض بين النقطتين السابقتين توترا متناوبا جيبيا قيمته الفعالة U ثابتة وتردده N قابل للضبط

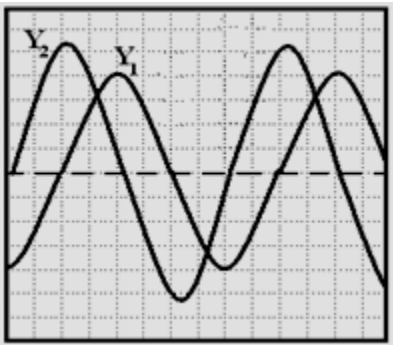
فيمر في الدارة تيار $u_{AB}(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi)$ متناوب جيبي شدته $i(t) = I_m \cos(\omega.t)$

أنظر الشكل أسفله:



1- اكتب تعبير Z_{AB} ممانعة ثنائي القطب AB .

2- نضبط كلا من مقاومة الموصل الأومي على القيمة $R = 14\ \Omega$ و التردد على القيمة N ثم نعاين على شاشة كاشف التذبذب التوتر $u_{AB}(t)$ والتوتر $u_{PB}(t)$ بين مربطي الموصل الأومي فنحصل على الرسم التذبذبي جانبه.



نعطي:

الحساسية الرأسية عند Y_1 : $S_1 = 2,5\ V/div$

الحساسية الرأسية عند Y_2 : $S_2 = 0,5\ V/div$

الحساسية الأفقية : $V_b = 2,5\ ms/div$

1-2- حدد من الرسم التذبذبي كلا من القيمة القصوية U_{m1} للتوتر $u_{AB}(t)$ والقيمة القصوية U_{m2} للتوتر $u_{PB}(t)$.

2-2 حدد من الرسم التذبذبي قيمة التردد N .

3-2- حدد من الرسم التذبذبي القيمة المطلقة $|\varphi|$ لفرق الطور بين $u_{AB}(t)$ و $u_{PB}(t)$.

4-2- استنتج كلا من قيمة I_m الشدة القصوية للتيار و قيمة الممانعة Z_1 لثنائي القطب AB .

5-2- اكتب تعبير كل من $i(t)$ و $u_{AB}(t)$.

3- نغير التردد N ونقيس الشدة الفعالة I للتيار فنلاحظ أنه بالنسبة للتردد $N = 100\ Hz$ تأخذ الشدة الفعالة للتيار قيمة قصوية I_0 .

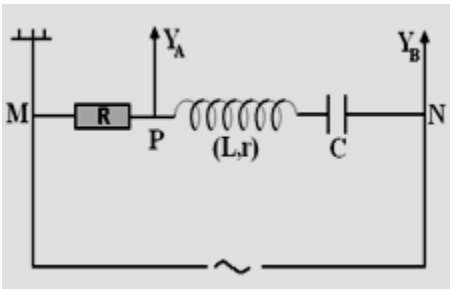
1-3- احسب قيمة الشدة I_0.

2-3- أوجد قيمة C.

التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية
Les oscillations forcées dans un circuit RLC série

تمرين 3 :

يتكون ثنائي القطب MN الممثل في الشكل جانبه من:



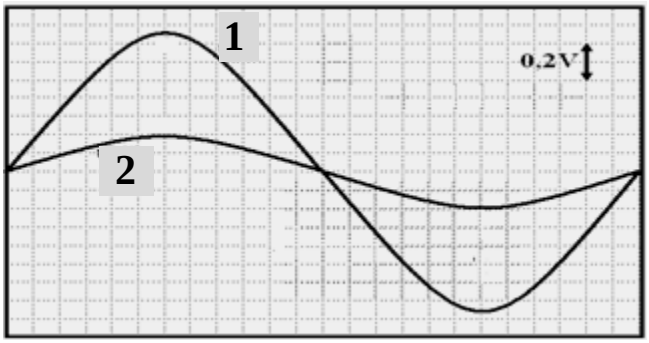
- موصل أومي مقاومته R .
- وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها r.
- مكثف سعته C .

نطبق بين مربطي ثنائي القطب بواسطة مولد توترا متناوبا جيبيا تعبيره $u_{MN}(t) = U.\sqrt{2}\cos(2\pi.N.t)$ قيمته الفعالة U ثابتة و تردده قابل للضبط ، فيمر تيار كهربائي في الدارة جيبي شدته $i(t)$.

نعطي تعبير ممانعة ثنائي القطب RLC بدلالة باراميترات الدارة: $Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$.

1- عند ضبط التردد N على القيمة $N_0 = 735\ Hz$ تكون الشدة الفعالة قصوية ، قيمتها $I_0 = \frac{10}{\sqrt{2}}\ mA$ ، و تحقق ممانعة الدارة المتراجحة $Z \geq R + r$.

في هذه الحالة نحصل على شاشة كاشف الذبذبات على الرسمين التذبذبيين الممثلين للتوترين $u(t)$ بين مربطي ثنائي القطب MN و $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي.



المدخلين Y_A و Y_B مستعملين على نفس الحساسية الرأسية.

1-1- ما الظاهرة التي يبرزها الرسم التذبذبي ؟

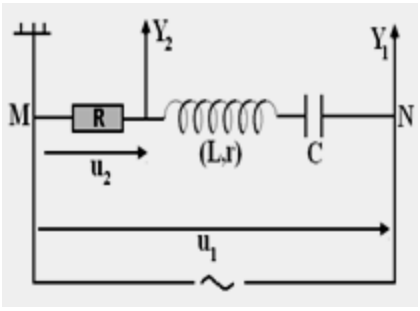
1-2- حدد معللا جوابك المنحنى الذي يمثل التوتر $u_R(t)$.

1-3- استنتج قيمة كل من R و r .

تمرين 4 :

يتكون ثنائي قطب AB من :

- موصل أومي D مقاومته $R = 40\ \Omega$.
- وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها r .
- مكثف سعته $C = 0,08\ \mu F$.



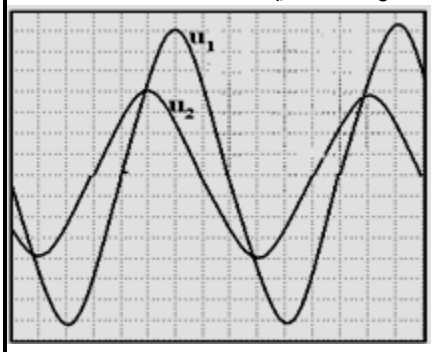
نطبق بين النقطتين A و B توترا جيبيا $u_1(t)$ قيمته الفعالة $U_1 = 1\ V$ وتردده N قابل للضبط .

1- بالنسبة للقيمة $N_1 = 4000\ Hz$ للتردد N ، تكون القيمة الفعالة لشدة التيار في الدارة هي $I_1 = 20\ mA$ و تكون الدارة في حالة رنين حيث تتحقق ممانعة هذه الدارة العلاقة $Z = R + r$.

1-1 احسب Z_1 ممانعة ثنائي القطب AB .

1-2- استنتج قيمة r الوشيعة.

1-3- حدد التردد الخاص N_0 لثنائي القطب AB واستنتج قيمة L .



2- نضبط التردد على القيمة $N_2 = 3785Hz$ ثم نعاين على شاشة الكاشف التوترين $u_1(t)$ و $u_2(t)$ فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة جانبه .

للمدخلين نفس الحساسية الرأسية.

2-1- عين القيمة الفعالة I_2 لشدة التيار.

2-2- حدد فرق الطور φ للتوتر $u_1(t)$ بالنسبة لشدة التيار $i(t)$.

2-3- أوجد تعبير $i(t)$ بدلالة الزمن إذا اعتبرنا أن تعبير $u_1(t)$ هو $u_1(t) = U_1\cos(2\pi.N_2.t)$.