

## الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .

### تمارين

#### تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة ( $r=10\Omega, L=0.1H$ ) توثرًا جيبيًا :

$$u = 10\sqrt{2} \cos 100\pi t$$

- 1- أحسب ممانعة هذه الدارة .
  - 2- ما هو طور  $\varphi_{i/u}$  الشدة اللحظية  $i(t)$  بالنسبة للتوتر  $u(t)$  ؟
  - 3 - أوجد تعبير الشدة اللحظية  $i(t)$  .
- الجواب :
- 1 - ممانعة الدارة

حسب إنشاء فرينل لدينا بين مربطي الوشيعة  $u(t) = ri(t) + L \frac{di}{dt}$  نضع

$$i(t) = I_m \cos(100\pi t + \varphi)$$

$$10\sqrt{2} \cos 100\pi t = rI_m \cos(100\pi t + \varphi) + L\omega I_m \cos\left(100\pi t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \quad \text{بحيث أن } \omega = 100\pi \text{ و } L = 0,1H \text{ و } r = 10\Omega$$

$$Z = 104,8\Omega$$

2 - طور الشدة اللحظية  $i$  بالنسبة للتوتر  $u$  هو :  $\varphi = -\varphi_{i/u}$

$$\tan \varphi = \frac{L\omega}{r} = \frac{0,1 \cdot 100\pi}{10} = \pi$$

أو  $\varphi = 72,34^\circ$

$$\varphi = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$

$$\varphi_{i/u} = -\frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$

3 - تعبير الشدة اللحظية  $i$  هو :

نحسب  $I_m$  . نطبق العلاقة  $U_m = ZI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{Z} = 0,13A$  وبالتالي :

$$i(t) = 0,13 \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{5}\right)$$

#### تمرين 2

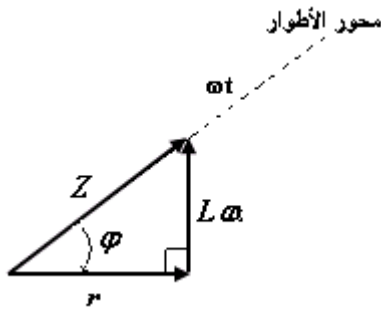
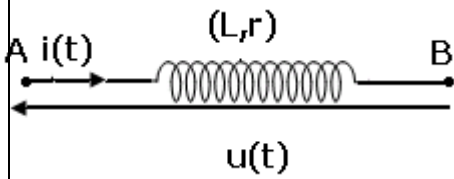
يمر في دارة ( $R, L, C$ ) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بـ mA) :  $i(t) = 13,5 \cos 300t$  .  
 نعطي  $R = 110 \Omega$  و  $L = 250 \text{ mH}$  و  $C = 12 \mu\text{F}$  .  
 باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

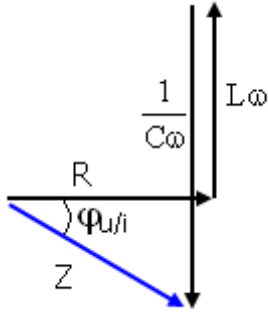
- 1 - احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب ( $R, L, C$ ) .
- 2 - احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر  $\varphi_{i/u}$  .

الجواب :

إنشاء فرينل للدارة  $R, L, C$

هل الدارة حثية أم كثافية ؟ في هذه الحالة نقارن بين  $L\omega$  و  $\frac{1}{C\omega}$  بحيث أن  $\omega = 300 \text{ rad/s}$





$L\omega = 75$  و  $\frac{1}{C\omega} = 277,7$  وبالتالي  $\frac{1}{C\omega} > L\omega$  أي أن الدارة كثافية

وإنشاء فرينل سيكون على الشكل التالي :

1 - حساب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب R,L,C  
نطبق العلاقة التالية :

$$U_m = ZI_m \Rightarrow U = ZI$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2} = 230,7\Omega$$

ولدينا  $I = 9,54\text{mA}$  وبالتالي  $U = 2,2\text{V}$

2 - حساب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر :

$$\varphi_{i/u} = 0,37\pi \text{ أن } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = 0,40$$

### تمرين 3

I - تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

- موصل أومي مقاومته  $R = 24\Omega$  .

- مكثف سعته C .

- وشيعة معامل تحريضها  $L = 1\text{H}$  ومقاومتها الداخلية r .

نغذي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي  $u(t) = U_m \cos 2\pi Nt$  بحيث أن  $U_m = 10\text{V}$  والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(2\pi Nt + \varphi_{i/u})$

1 - بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل  $Y_1$  التوتر  $u(t)$  وفي المدخل  $Y_2$  التوتر  $u_R(t)$  بين مربطي الموصل الأومي .

على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 - عند ضبط التردد على القيمة  $N = 202\text{Hz}$  نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 - 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر  $u(t)$  واستنتج طبيعة الدارة ( تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي )

2 - 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور  $\varphi_{i/u}$

3 - بإنشاء فرينل وباختيار سلم  $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Volt} \leftrightarrow 1\text{cm}$  أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 - نحفظ ب  $U_m$  ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين  $u(t)$  و  $u_R(t)$

4 - 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

4 - 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

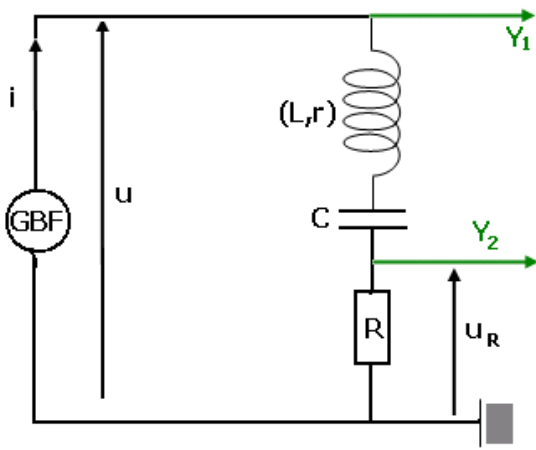
الجواب :

1 - تبيانة التركيب التجريبي وكيفية ربط راسم التذبذب . أنظر الشكل جانبه .

2 - 1 لنبين أن المنحنى (1) يمثل التوتر  $u(t)$  بين مربطي الدارة :

نقارن التوترين الفصويين لكل من  $u_R(t)$  التي توجد في المدخل  $Y_2$  و  $u(t)$  التي توجد في المدخل  $Y_1$

$$U = ZI_m = \sqrt{\left(R + r\right)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \cdot I_m \text{ و } U_{mR} = RI_m \text{ حسب قانون أوم لدينا :}$$



وبمقارنة R مع Z يتبين أن  $R < Z$  أي أن  $U_{mR} < U$  ومن خلال المنحنيين يتبين أن المنحنى ذي التوتر القصوي الأكبر هو المنحنى (1) وبالتالي فإن المنحنى (1) يمثل  $u(t)$ . بما أن  $u(t)$  متقدمة في الطور على  $i(t)$  فإن

$$\phi_{u/i} > 0, \text{ نستنتج أن الدارة تحريضية } L\omega > \frac{1}{C\omega}$$

2 - القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I : من خلال المنحنى (2) لدينا

$$U_{mR} = R \cdot I_m \Rightarrow U_{Rm} = RI\sqrt{2}$$

$$I = \frac{U_{Rm}}{R\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{4\sqrt{2}}{24\sqrt{2}} = 0,17A \text{ : تطبيق عددي}$$

الطور  $\phi_{i/u} = -\phi_{u/i}$  ومن خلال المنحنيين لدينا  $\phi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T}$

$$\phi_{i/u} = -\frac{\pi}{4} \text{ وبالتالي فإن } \phi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{0,6 \times 2\pi}{4,8} = \frac{\pi}{4}$$

$$3 - \text{إنشاء فرينل باختيار السلم } 1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} V$$

ملاحظات مهمة :

بما  $\phi_{u/i} = \frac{\pi}{4}$  سيكون الشكل المحصل عليه بواسطة

إنشاء فلاينل مثلث متساوي الأضلاع وقائم الزاوية أنظر الشكل . وكذلك لدينا

$$\tan \phi_{i/u} = 1 \Rightarrow \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) = R + r$$

بالنسبة للسلم :

$$U = ZI = \frac{10}{\sqrt{2}} V$$

$$(R + r)I = \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) I$$

أ - نستنتج المقاومة r :

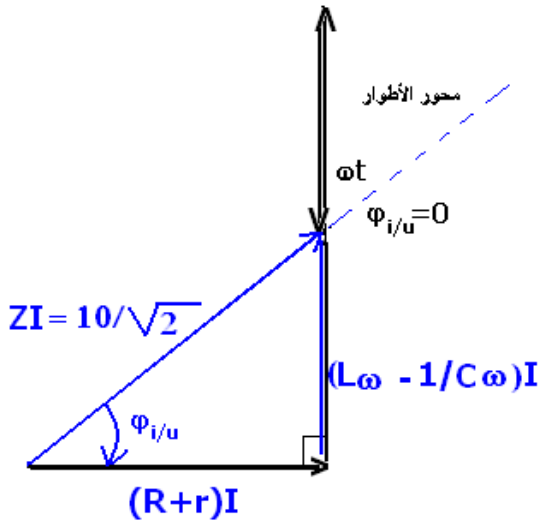
$$\cos \phi_{u/i} = \frac{R + r}{Z} \Rightarrow r = Z \cos \phi - R \text{ من خلال الشكل نحسب}$$

$$r = 30 - 24 = 6\Omega \text{ : تطبيق عددي}$$

ب - سعة المكثف C :

$$(R + r) = \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega - (R + r)$$

$$C\omega = \frac{1}{L\omega - (R + r)} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega(L\omega - (R + r))}$$



$$C = \frac{1}{\omega(L\omega - (R+r))} = 0,6\mu F \quad \text{تطبيق عددي :}$$

4 - 1 - بما  $u(t)$  و  $u_R(t)$  على توافق في الطور فالظاهرة الملاحظة هي ظاهرة الرنين .

4 - 2 - بما أن الدارة تحريضية  $\left( L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} > 0 \Rightarrow LC\omega_1^2 > 1 \Rightarrow LC\omega_1^2 > LC\omega_0^2 \Rightarrow \omega_1 > \omega_0 \right)$  وباعتبار

أن  $N_0$  التردد عند الرنين فإن  $N_1 > N_0$  أي أنه للحصول على ظاهرة الرنين يجب أن ننقص من التردد .

#### تمرين 4

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته  $C=5\mu F$  و وشيعة معامل تحريضها  $L=0,5H$  ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته  $R=10\Omega$  وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغدي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي  $u(t) = 20 \cos 2\pi Nt$  . فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة

بين مربطي  $(C, L)$  .

1 - عندما نغير التردد  $N$  ونضبطه على القيمة  $N_0$  نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 - 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد  $N_0$  .

1 - 2 أعط تعبير الشحنة  $q(t)$  والشدة  $i(t)$  بالنسبة ل  $N=N_0$  .

1 - 3 أعط تعبير الطاقة الكلية  $E$  للمتذبذب  $(R, L, C)$  في لحظة  $t$  بالنسبة لتردد  $N$  .

1 - 4 بين أن الطاقة الكلية  $E$  ثابتة بالنسبة ل  $N=N_0$

واحسب  $E$  بالنسبة لهذه القيمة  $(N_0)$  .

1 - 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

2 - ضبط التردد  $N$  على قيمة  $N_1 = 90Hz$  . تعبير

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو :

$$i(t) = I \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

2 - 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة  $I$  و الطور  $\varphi$  . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 - 2 أحسب معامل القدرة لهذه الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة  $N_1$  .

#### الجواب :

1 - تفسير إشارة الفولطمتر :

بين مربطي الوشيعة والمكثف لدينا حسب قانون إضافية التوترات  $i(t) = u_L(t) + u_C(t)$

نعتبر أن  $Z_1$  ممانعة هذا الجزء من الدارة ،  $U_1 = Z_1 I$  ، بحيث أن  $Z_1 = L\omega - \frac{1}{C\omega}$

وبما ان التوتر المشار إليه من طرف الفولطمتر منعدم فإن

$$U_1 = Z_1 I = \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \cdot I = 0 \Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

وبالتالي ستكون الدارة مقرا لظاهرة الرنين عند  $N=N_0$  أي أن انعدام التوتر هو نتيجة لظاهرة الرنين .

نستنتج قيمة  $N_0$  :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = 100Hz$$

1 - 2 تعبير الشحنة  $q(t)$  و  $i(t)$  بالنسبة ل  $N=N_0$  :

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos(100\pi t + \varphi_{i/u})$$

بما أن الدارة في حالة الرنين :  $\varphi_{i/u} = 0$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} A = 0,707 A \quad \text{لدينا كذلك أن } Z=R \text{ أي } U=RI \text{ وبالتالي :}$$

$$i(t) = 2 \cos(200\pi t) \quad \text{إذن}$$

نستنتج  $q(t)$  :  
نعلم أن

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = \int_0^t i(t) dt$$

$$q(t) = \int_0^t i(t) dt = \int_0^t \cos(200\pi t) dt$$

$$q(t) = \frac{2}{200\pi} \sin(200\pi t)$$

1 - 3 تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب عند التردد N :

$$\xi_t = \xi_m + \xi_e \Rightarrow \xi_t = \frac{1}{2} Li(t)^2 + \frac{1}{2} \frac{q(t)^2}{C}$$

1 - 4 لنبين أن الطاقة الكلية ثابتة عند الرنين :

$$\xi_t = \xi_m + \xi_e \Rightarrow \xi_t = \frac{1}{2} Li(t)^2 + \frac{1}{2} \frac{q(t)^2}{C}$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega_0 t), q(t) = -\frac{I_m}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} LI_m^2 \cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} I_m^2 \frac{\sin^2(\omega_0 t)}{C\omega_0^2}$$

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} \Rightarrow \xi_t = \frac{1}{2} LI_m^2 (\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t))$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} LI_m^2$$

تطبيق عددي :

$$\xi_t = 1 J$$

$$1 - 5 \text{ معامل الجودة أو معامل فوق التوتر هو : } Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L\omega_0}{R}$$

$$\text{حساب معامل الجودة : } Q = \frac{L\omega_0}{R} = 31,4$$

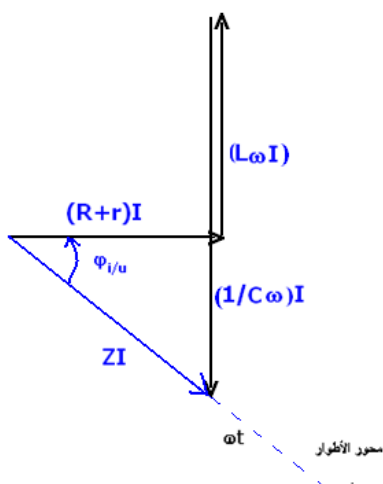
2 - نضبط التوتر على  $N=90\text{Hz}$  أي أن  $N < N_0$  :

2 - 1 نحسب المقادير التالية :

$$L\omega_1 = 283, \frac{1}{C\omega_1} = 354 \Rightarrow \frac{1}{C\omega_1} > L\omega_1$$

إنشاء فرينل أنظر الشكل جانبه .

حساب I :



$$U = Z.I$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1 \right)^2} = 71,7\Omega$$
 لدينا العلاقة التالية :

$$I = \frac{U}{Z} = 0,2A$$

حساب  $\varphi_{i/u}$

$$\tan \varphi_{i/u} = \frac{\left( \frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1 \right)}{R} = 7,1$$

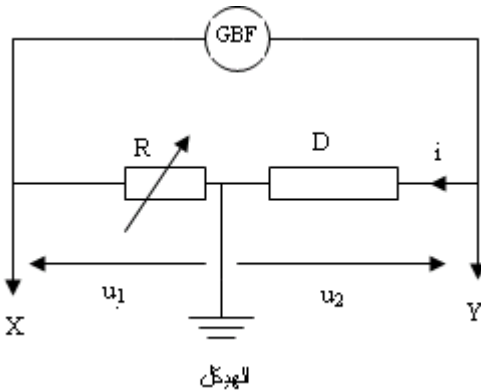
$$\varphi_{i/u} = 82^\circ = 1,43\text{rad}$$

بما أن  $\frac{1}{C\omega_1} > L\omega_1$  فإن الدارة كثافية .

2 - 2 معاكل القدرة :  $\cos \varphi = 0,94$

القدرة المتوسطة المستهلكة من طرف الدارة :  $\mathcal{P}_m = RI^2 = 10 \times 0,04 = 0,4J$

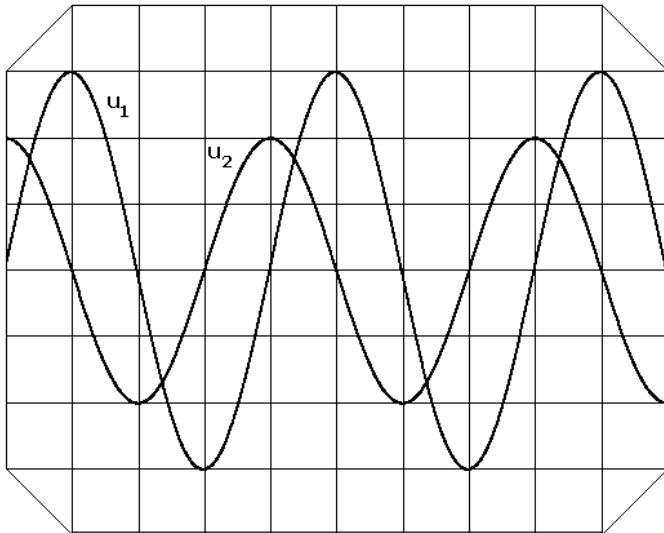
### تمرين 5



- تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :
- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهمة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية :  $i(t) = I_m \cos \omega t$  .

1 - نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر  $u_1(t)$  بين مبرطي الموصل الأومي والتوتر  $u_2(t)$  بين مبرطي ثنائي القطب D .

فحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله . وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على  $5.10^{-3}\text{s/div}$  و الحساسية الرأسية على  $1V/div$  .



1 - 1 حدد مبيانيا :

أ - القيمتين القصويتين  $U_{1m}$  و  $U_{2m}$  للتوترين  $u_1$  و  $u_2$  ,  
ب - طور  $u_2$  بالنسبة ل  $i(t)$  تم استنتاج طبيعة ثنائي القطب D .

1 - 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D

علما أن  $R = 300\Omega$  .

2 - استنتج التعبير  $i(t)$  ,  $u_1(t)$  ,  $u_2(t)$  .  
الجواب :

1 - القيمة القصوية  $U_{1m}$

$$U_{1m} = S_y \cdot y_1$$

$$= 1 \times 3V$$

القيمة القصوية  $U_{2m}$

$$U_{2m} = S_y \cdot y_2$$

$$= 1 \times 2V = 2V$$

2 - الطور  $u_2$  بالنسبة ل  $i(t)$

حسب الشكل يلاحظ أن  $u_2(t)$  متقدمة في الطور على  $u_1(t)$  بحيث أن  $\varphi_{u_2/u_1} = \frac{\pi}{2}$  ولدينا كذلك  $u_1(t) = -$

$Ri(t)$  أي أن  $\varphi_{u_2/i} = -\varphi_{u_2/u_1} = -\frac{\pi}{2}$  وبالتالي أن طبيعة ثنائي القطب D هو مكثف

3 - المقدار الذي يميز ثنائي القطب D :

$$U_2 = Z_c I \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{RC\omega} \Rightarrow C = \frac{U_1}{U_2 R \omega} = 16 \mu F$$

4 - تعبير الشدة  $i(t)$  و  $u_1(t)$  و  $u_2(t)$

$$u_1(t) = -Ri(t) \Rightarrow i(t) = -\frac{1}{R} u_1(t)$$

بناءً على شكل المنحنى  $u_1(t) = U_{1m} \cos \omega t$  بحيث أن  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  وحسب المنحنى فإن  $T = K_x \cdot x$

بحيث أن  $K_x$  الحساسية الأفقية أو سرعة الكسح  $K_x = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s/div}$  و  $x = 4 \text{ div}$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 10^3}{20} = 100\pi \text{ rad/s} \text{ وبالتالي } T = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

و  $U_{1m} = 3V$  وبالتالي فإن  $u_1(t) = 3 \cos 100\pi t$  ومنه  $i(t) = -10^{-2} \cos 100\pi t$

$$u_2(t) = 2 \cos \left( 100\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$$
 بالنسبة ل

## تمرين 6

تغذي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي  $u(t) = 40\sqrt{2} \cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب  $D_1$  و  $D_2$  :

$D_1$  موصل أومي مقاومته  $R_1 = 7\Omega$  .

$D_2$  وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية  $R_2$  .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي  $D_1$  إلى التوتر الفعال  $U_1 = 14V$  وعندما نركبها بين مربطي  $D_2$

تشير إلى  $U_2 = 30V$  .

1 - أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 - أحسب الممانعة  $Z_2$  للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 - أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات ، واحسب قيم L و  $R_2$  .

4 - احسب فرق الطور  $\varphi_2$  للتوتر بالنسبة للشدة  $i(t)$  .

5 - أحسب فرق الطور  $\varphi_1$  للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة  $i(t)$  .

الجواب :

1 - الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB :

عند تركيب الفولطمتر بين مربطي ثنائي القطب  $D_1$  وهو موصل أومي مقاومته  $R = 7\Omega$  لدينا حسب

$$U_1 = R_1 I \text{ بحيث أن } I \text{ الشدة الفعالة للتيار } I = \frac{U_1}{R_1} = 2A$$

2 - حساب الممانعة  $Z_2$  للوشيعة : عندما نركب الفولطمتر بين مربطي الوشيعة تكون العلاقة كالتالي :

$$U_2 = Z_2 I \text{ أي أن } Z_2 = \frac{U_2}{I} = 15\Omega$$

بالنسبة للممانعة Z لثنائي القطب AB . حسب المعطيات التوتر الفعال المطبق بين مربطي ثنائي

القطب AB هو  $U = 40V$  ( انطلاقاً من المعادلة الزمنية ل  $u(t)$  ) وحسب قانون أوم

$$U = ZI \Rightarrow Z = \frac{U}{I} = 20\Omega$$

3 - إنشاء فرينل بالنسبة لممانعات الدارة :

المعادلة التفاضلية هي على الشكل التالي

$$ZI_m \cos(100\pi t) = R_1 I_m \cos(100\pi t + \varphi_{i/u}) + Z_2 I_m \cos(100\pi t + \varphi')$$

بالنسبة لإنشاء فرينل نختار أصل الأطوار متطابق مع  $ZI_m$

حساب القيم  $L$  و  $R_2$

$$Z^2 = (R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2 \quad (1)$$

$$Z_2^2 = R_2^2 + (L\omega)^2 \quad (2)$$

نحصل على (1)-(2)

$$Z^2 - Z_2^2 = R_1^2 + 2R_1 R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{Z^2 - Z_2^2 - R_1^2}{2R_1}$$

تطبيق عددي :  $R_2 = 9\Omega$

ومن المعادلة (2) نحصل على معامل التحريض  $L$  :

$$L^2 \omega^2 = Z_2^2 - R_2^2 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_2^2 - R_2^2}$$

تطبيق عددي :  $L = 0,0382H$

4 - فرق الطور  $\varphi_2$  للتوتر  $u_2$  بالنسبة للشدة  $i(t)$

$$\tan \varphi_2 = \frac{L\omega}{R_2} \quad \text{نحسب}$$

تطبيق عددي  $\varphi_2 = 0,93rad$

5 - فرق الطور  $\varphi_1 = \varphi_{u/i}$  حسب تمثيل فرينل

$$\tan \varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1 + R_2} = 0,75 \Rightarrow \varphi_1 = 0,64rad$$

