

**تمرين 1:** لكل  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  نضع :  $x * y = \ln(\exp(x) + \exp(y))$  (exp يرمز لدالة الأس النييري)

- (1) بين أن \* تبادلي و تجميعي
- (2) بين أن \* لا يقبل أي عنصر محايد في  $\mathbb{R}$
- (3) بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ fois}} = \ln(n) + x$
- (4) بين أن :  $]0; +\infty[$  جزء مستقر من  $(\mathbb{R}, *)$
- (5) بين أن :  $] -\infty; 0[$  ليس جزءا مستقرا من  $(\mathbb{R}, *)$

**تمرين 2:** لكل  $(x, y) \in E^2$  حيث  $E = ]-\infty; \frac{1}{2}[ \cup ]\frac{1}{2}; +\infty[$  نضع :  $x * y = x + y - 2xy$

- (1) بين أن \* قانون تركيب داخلي
- (2) بين أن \* تبادلي و تجميعي
- (3) هل \* يقبل عنصرا محايدا في  $E$  ؟
- (4) بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ fois}} = \frac{1}{2}(1 - (1 - 2x)^n)$

**تمرين 3:** لكل  $(x, y) \in E^2$  حيث  $E = ]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  نضع :  $x \text{T} y = xy - x - y + 2$

- (1) تحقق أن :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad x \text{T} y = (x-1)(y-1) + 1$
- (2) بين أن T قانون تركيب داخلي
- (3) بين أن T تبادلي و تجميعي
- (4) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في  $E$
- (5) بين أن كل عنصر  $x$  من  $E$  يقبل مماثلا بالنسبة للقانون T
- (6) بين أن جميع عناصر المجموعة  $E$  منتظمة
- (7) بين أن المجال  $]1; +\infty[$  جزء مستقر بالنسبة للقانون T

**تمرين 4:** لكل  $(x, y) \in ]-1; 1[$  نضع :  $x \text{T} y = \frac{y-x}{1-xy}$

- (1) بين أن T قانون تركيب داخلي
- (2) هل T تبادلي ؟ تجميعي ؟

**تمرين 5:** لكل  $(x, y) \in ]-1; 1[$  نضع :  $x \text{T} y = \frac{x+y}{1+xy}$

- (1) بين أن T قانون تركيب داخلي و أنه تبادلي و تجميعي
- (2) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في  $E$
- (3) بين أن كل عنصر  $x$  من  $] -1; 1[$  يقبل مماثلا بالنسبة للقانون T

$$f : ]-1; 1[ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(4) \text{ نعتبر التطبيق : } x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

- (أ) بين أن  $f$  تشاكل من  $(]-1; 1[, T)$  نحو  $(\mathbb{R}, +)$
- (ب) بين أن التشاكل  $f$  تقابلي و حدد تقابله العكسي
- (ج) احسب بدلالة  $n$  و  $a$  التعبير :  $a_n = \underbrace{a \text{T} a \text{T} \dots \text{T} a}_{n \text{ fois}}$  حيث  $n \in \mathbb{N}^*$  و  $a \in ]-1; 1[$