

تمرين رقم 1

نعتبر في \mathbb{R} قانون التركيب الداخلي T المعروف بما يلي : $(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) xTy = x + y + \frac{1}{2}xy$

- (1) بين أن T تبادلي و تجميعي
- (2) حدد العنصر المحايد ث للقانون T
- (3) حدد العناصر التي تقبل مماثل
- (4) بين أن $\mathbb{R} - \{-2\}$ جزء مستقر في (\mathbb{R}, T)
- (5) حل في المعادلة $xT2 = 1$

تمرين رقم 2

نعتبر المجموعة $E = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 / x^2 - 2y^2 = 1\}$ و نعرف على التطبيق T بما يلي :

$$\forall (x, y) \in E \quad \forall (x', y') \in E \quad (x, y)T(x', y') = (xx' + 2yy', xy' + x'y)$$

- (1) بين أن T قانون تركيب داخلي في E
- (2) هل T يقبل عنصر محايد في E ؟

تمرين رقم 3

نضع $J =]-1, 1[$ و نعرف القانون T كما يلي : $xTy = \frac{x+y}{1+xy}$

- (1) بين أن T قانون داخلي في J
- (2) حدد العنصر المحايد للقانون T
- (3) هل توجد عناصر تقبل مماثل ؟

تمرين رقم 4

ليكن T القانون المعروف على \mathbb{R} كما يلي : $(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) xTy = xy - 3(x+y) + 12$

1. تحقق أن القانون T تبادلي
2. بين أن القانون T يقبل عنصر محايد يتم تحديده
3. تحقق أن 3 عنصر ماص في (\mathbb{R}, T)
4. أحسب $(-1T0)T1$ و $-1T(0T1)$ ماذا تستنتج ؟
5. حدد مماثل كل من العناصر : 0 ; -1 ; 2
4. بين أن كل عنصر يخالف 3 له مماثل و حدده
5. بين أن $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 \quad aTb = 3 \Leftrightarrow (a-3)(b-3) = 0$ و استنتج أن $\mathbb{R} - \{3\}$ جزء مستقر في (\mathbb{R}, T)

تمرين رقم 5

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} القانون الداخلي $*$ المعروف بما يلي :

$$\forall z = a + ib \quad \forall z' = a' + ib' \quad z * z' = (a + a' + aa') + i(b + b')$$

- (1) بين أن القانون $*$ تبادلي
- (2) هل للقانون $*$ عنصر محايد
- (3) حدد العناصر التي تقبل مماثل
- (4) نعتبر المجموعة $G = \{z \in \mathbb{C} / \text{Re}(z) \neq -1\}$ بين أن $(G, *)$ زمرة تبادلية
- (5) لتكن H المجموعة بحيث : $H = \{Z = x + i \ln(1+x) / x > -1\}$ بين أن H زمرة جزئية من $(G, *)$

تمرين رقم 6

نضع $F = \mathbb{C} - \{-i\}$. نعتبر القانون T المعرفة كما يلي : $\forall (z, z') \in F^2 \quad zTz' = zz' + i(z + z') - 1 - i$

- (1) بين أن T قانون تركيب داخلي في المجموعة F
- (2) نعتبر التطبيق : $\varphi : (\mathbb{C}^*, \times) \rightarrow (F, T)$
 $z \rightarrow z - i$

أ- بين أن φ تشاكل تقابلي

ب- استنتج بنية (F, T)