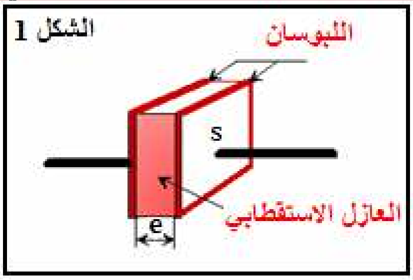
ثنائي القطب R C
Dipôle R C

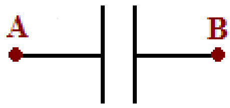
I - المكثف: Condensateur

تعريف:

المكثف ثنائي قطب يتكون من موصلين متقابلين يسميان لبوسين Armatures يفصل بينهما عازل استقطابي.

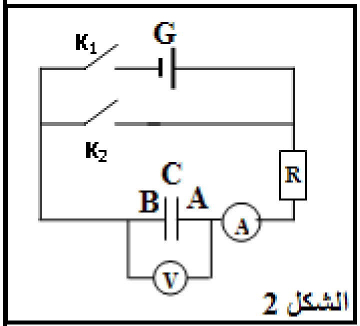


يرمز للمكثف ب :



1 - شحن وتفريغ المكثف:

* نشاط تجريبي 1 : ننجز التركيب الممثل أسفله (الشكل 2).



أ - الشحن: نفتح قاطع التيار K_2 ونغلق K_1

بمتابعة مؤشر الفولطمتر ومؤشر الأمبيرمتر صف ما يحدث للتوتر بين مربطي المكثف و شدة التيار المار في الدارة - كيف تفسر شحن المكثف

ب - التفريغ: نفتح قاطع التيار K_1 ثم نغلق K_2

قارن منحى مرور التيار الكهربائي مع منحى مروره عند الشحن .

كيف تفسر تفريغ المكثف.

➢ الشحن: Charge

- يشير الأمبيرمتر إلى مرور تيار كهربائي تتناقص شدته إلى أن ينعدم،

يتزايد التوتر U_{AB} إلى أن يصبح مساويا للقوة الكهرمحركة للمولد $U_{AB}=E$.

- تنتقل الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B وتجد أمامها عازلا لا فتتركم عليه ،

فيشحن اللبوس A بشحنة q_A موجبة $q_A \rangle 0$ بينما يشحن اللبوس B بشحنة q_B سالبة $q_B \langle 0$ ، بحيث : $q_A = -q_B$.

- نسمي شحنة المكثف q ، الكمية الكهربائية التي يتوفرعليها أحد لبوسيه، حيث $q = q_A = -q_B$

- عندما يشحن المكثف كليا $(i = 0)$ يصبح $U_{AB} = E$.

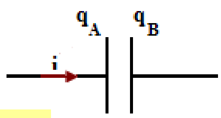
➢ التفريغ: Décharge

- نلاحظ مرور تيار عكس المنحى الذي مر فيه أثناء الشحن، حيث الإلكترونات المتراكمة على اللبوس B تغادره نحو اللبوسA عبر الأمبيرمتر نقول إن المكثف يـنـفـرغ (se décharge) ينتهي التفريغ $(i = 0)$ عندما يصبح $U_{AB} = 0$.

2 العلاقة بين الشحنة وشدة التيار i :

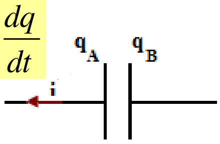
نختار المنحى الموجب لشدة التيار بحيث يدخل من اللبوس A.

إذا مر التيار في المنحى المختار يحسب موجبا $i \rangle 0$ وإذا مر عكس المنحى المختار يحسب سالبا $i \langle 0$



- عند تزايد q_A $\frac{dq_A}{dt} \rangle 0$ أي $i \rangle 0$

$i(t) = \frac{dq}{dt}$



- عند تناقص q_A $\frac{dq_A}{dt} \langle 0$ أي $i \langle 0$

شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحنات الكهربائية أي كمية الكهرباء dq التي تمر في وحدة الزمن:

$$q = q_A = -q_B \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

$$dq = dq_A = -dq_B$$

المكثف مُركبة تخزن كمية من الكهرباء وتـرجعها عند الحاجة.

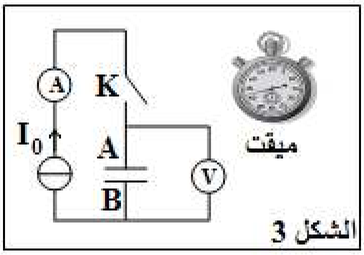
2 - العلاقة بين شحنة المكثف q والتوتر بين مربطيه U: سعة المكثف (Capacité)

* نشاط تجريبي 2

يشحن المكثف بواسطة مولد مؤمثل للتيار (يعطي شدة ثابتة I_0) .

نضبط I_0 على القيمة 0,46mA ثم نقيس التوتر U_{AB} بين مربطي المكثف كل خمس ثوان بفتح K وتوقيف الميقت في

نفس الوقت (أنظر التركيب التجريبي جانبه).
نحصل على النتائج التالية:



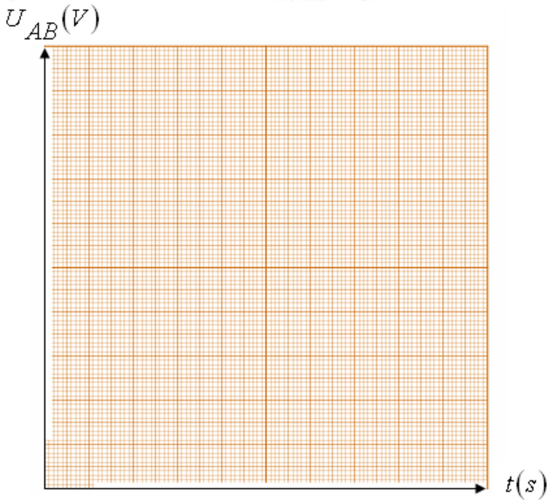
الشكل 3

t(s)	0	5	10	15	20
U_{AB}(V)	0	1	2	3	4

*** استثمار**

1 - مثل المنحنى $U_{AB} = f(t)$ باختيار سلم مناسب.
2 - حدد K المعامل الموجه للمستقيم المحصل عليه.
3 - اعط تعبير q_A شحنة اللبوس A بدلالة شدة التيار I_0 والزمن t.
4 - استنتج تعبير q_A بدلالة I_0 ، K و U_{AB} .
5 - نضع $C = \frac{I_0}{K}$: سعة المكثف. احسب C.

- 1



....

....

....

....

....

....

C : سعة المكثف وحدتها في النظام العالمي **الفاراد Farad** ، رمزها F.

وبالتالي :

$$q_A = C.U_{AB}$$

C F V

أجزاء الفاراد:

$1mF = 10^{-3}F$ (ميلي فاراد)

$1\mu F = 10^{-6}F$ (ميكروفاراد)

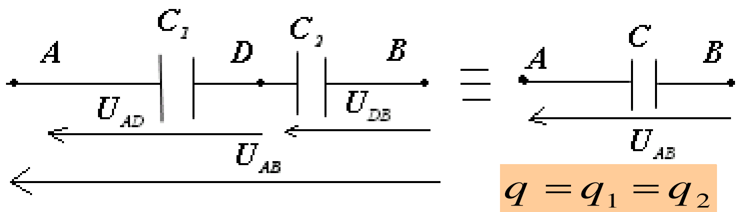
$1nF = 10^{-9}F$ (نانوفاراد)

$1pF = 10^{-12}F$ (بيكوفاراد)

تتناسب شحنة q_A للمكثف مع التوتر U_{AB} بين مربطيه.

II - تجميع المكثفات.

1 - التركيب على التوالي:



$$q = q_1 = q_2$$

حسب قانون إضافيات التوترات:

$$\begin{cases} U_{AB} = U_{AD} + U_{DB} \\ U_{AD} = \dfrac{q_1}{C_1} \Leftarrow q_1 = C_1.U_{AD} \\ U_{DB} = \dfrac{q_2}{C_2} \Leftarrow q_2 = C_2.U_{DB} \\ U_{AB} = \dfrac{q}{C} \Leftarrow q = C.U_{AB} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{q}{C} = \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2} \\ \dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} \end{array}\right\}$$

وبالتالي:

$$\boxed{C = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2}}$$

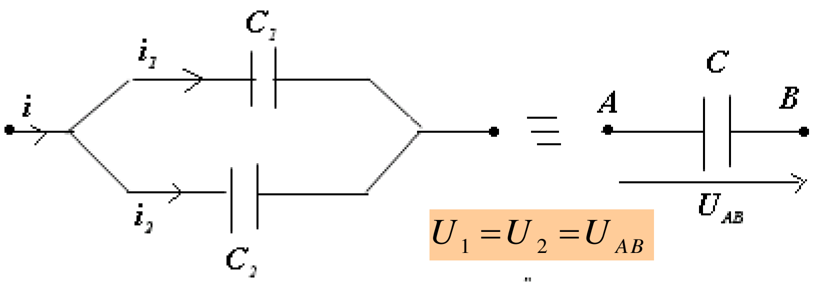
C : سعة المكثف المكافئ.

*** بصفة عامة :** التركيب على التوالي لمكثفات سعاتها **C_1, C_2, ..., C_n** يكافئ مكثفا سعته **C** بحيث:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$$

*** فائدة التركيب على التوالي:** يمكن هذا التركيب من الحصول على سعة قيمتها اصغر مع تطبيق توتر عال قد لا يتحمله كل مكثف إذا استعمل لوحده.

2 ـ التركيب على التوازي:



$U_1 = U_2 = U_{AB}$

لدينا: $\begin{cases} q = q_1 + q_2 \\ q_1 = C_1 U_1 \\ q_2 = C_2 U_2 \\ q = C U_{AB} \end{cases}$ $\Leftarrow$ $C U_{AB} = C_1 U_1 + C_2 U_2$

وبالتالي: $\boxed{C = C_1 + C_2}$

C : سعة المكثف المكافئ.

*** بصفة عامة :** التركيب على التوازي لمكثفات سعاتها **C_1, C_2, ..., C_n** يكافئ مكثفا سعته **C** بحيث:

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n$$

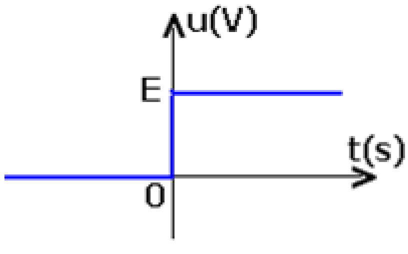
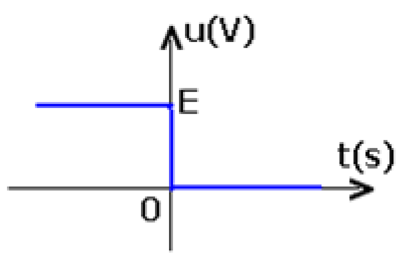
*** فائدة التركيب على التوازي:** يستعمل هذا التركيب لتضخيم السعة وتخزين شحنة كبيرة باستعمال مكثفات سعاتها صغيرة.

III ـ استجابة ثنائي قطب RC لرتبة توتر: Echelon de tension

تعاريف:

ـ ثنائي قطب **RC** هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R ومكثف سعته **C.**

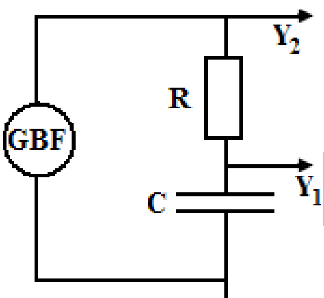
ـ رتبة توتر هي إشارة كهربائية تعرف كالتالي:

* رتبة التوتر الصاعدة:	* رتبة التوتر النازلة :
$U = E \quad t > 0$ $U = 0 \quad t < 0$	$U = 0 \quad t > 0$ $U = E \quad t < 0$
 الشكل 1	 الشكل 2

1 ـ الدراسة التجريبية.

1 ـ 1 ـ نشاط تجريبي: شحن مكثف:

- بعد تفريغ المكثف، ننجز التركيب الكهربائي جانبه حيث $R = 1250\Omega$ و $C = 0{,}4\mu F$ ، (الشكل 4)
- نضبط مولد GBF ذا توتر مربعي توتره القصوى $E = 6V$ وتردده $f = 200Hz$ ،
- نغلق قاطع التيار K في **الموضع 1** ونعاين بواسطة كاشف التذبذب التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.



الشكل 4

1 ـ ما هو المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_1 وما هو المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_2 ؟

2 ـ نعتبر حالة توتر ذي رتبة صاعدة. يبرز منحنى تغيرات $u_C(t)$ وجود نظامين:

- نظام انتقالي: يتغير خلاله التوتر $u_C(t)$.
- نظام دائم: يصل خلاله التوتر إلى قيمة حدية ثابتة.

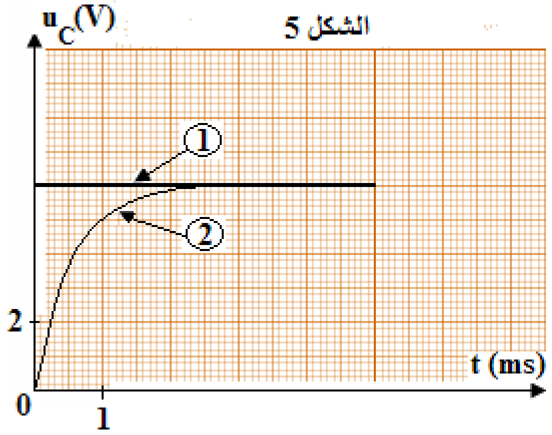
أ ـ عين $u_C(0)$ و $u_C(\infty)$ عندما تؤول t إلى ما لا نهاية.

ب ـ نعبر عن المنحنى $u_C(t)$ بدلالة الزمن، بالدالة $u_C(t) = k.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

حيث k و τ ثابتتان، حدد الثابتة k . ماذا تمثل؟

نعطي: $e^{-\infty} = 0$.

EL FAKIR & BOUADDI



3 - تسمى τ ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، وتبين الدراسة النظرية أن: $\tau = RC$
باستعمال معادلة الأبعاد، بين أن τ عبارة عن زمن.
4 - نعتبر الدالة الممثلة للمنحنى $u_C(t)$.
أ - عبر عن $u_C(t=\tau)$ بدلالة E التي تم التعرف عليها في السؤال (2 - ب).
ب - استنتج مبيانيا قيمة τ.
د - يمكن أن نحدد τ بطريقة مبيانية ثانية حيث تمثل أفصول نقطة تقاطع المماس لمنحنى $u_C(t)$ عند $t = 0$ مع المنحنى (1). حدد τ باستعمال هذه الطريقة.

الأجوبة:

1 - المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_1 هو رقم 2 ،
المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_2 هو رقم 1 .

2 - أ $u_C(0) = 0$ و $u_C(\infty) = E$

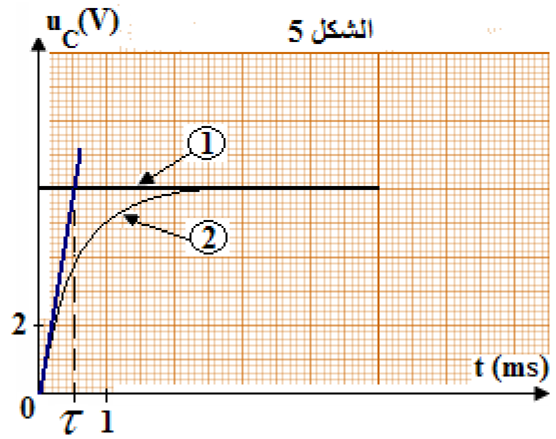
2 - ب - $\begin{cases} u_C(\infty) = k.(1-e^{-\infty}) \\ \quad = E \end{cases} \Leftarrow$ إذن $K = E$ القوة الكهرمحركة للمنبع.

3 - معادلة الأبعاد
باستعمال معادلة الأبعاد بين أن للثابتة τ بُعد زمني.
لدينا : $C = \frac{q}{U}$ $\Longleftarrow$ $[C] = \frac{[Q]}{[U]}$ وبالتالي: $[C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$
ولدينا: $u = R.i$ بالتالي: $[R] = \frac{[U]}{[I]}$ إذن: $[R].[C] = \frac{[I].[t]}{[U]} \times \frac{[U]}{[I]} = [t]$

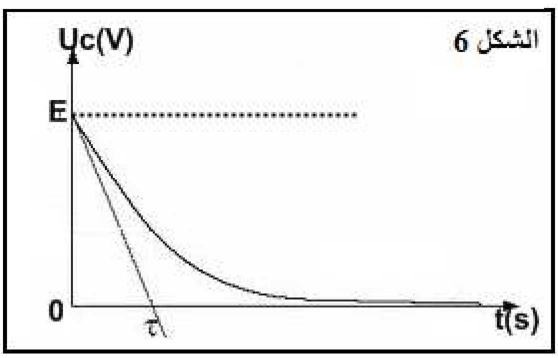
إذن للمقدار $\tau = RC$ بُعد زمني، نسمي τ **ثابتة الزمن** لثنائي القطب RC ونعبر عنه بالثانية **(s)**

4 - أ - تعبير $u_C(t=\tau)$:

$$u_C(t=\tau) = E.(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}})$$
$$= E.(1-e^{-1})$$
$$= 0,63E$$



4 - ب - نستنتج مبيانيا قيمة τ:
τ الأفصول الذي يوافق الأرتوب 0,63.E . ت ع : ....
4 - ج - $RC = 1250 \times 0,4.10^{-6} = 0,5.10^{-3}\ s = 0,5ms$
4 - د - تحديد ثابتة الزمن مبيانيا:
يقطع مماس المنحنى $U_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ المقارب $\mathbf{U_C = E}$ في اللحظة $\mathbf{t = \tau}$.

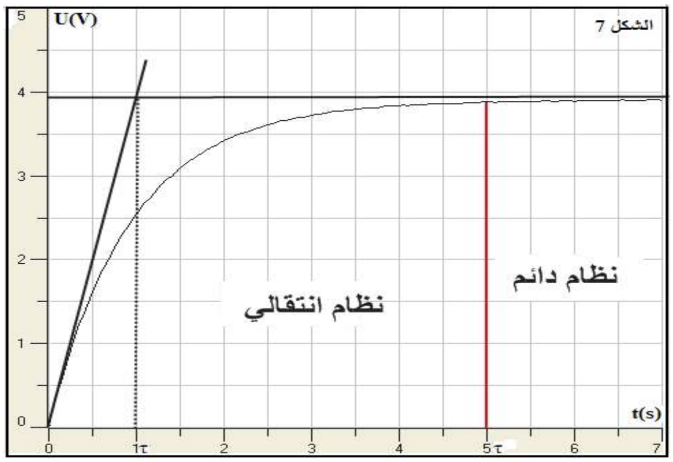


2 - 1 - تفريغ مكثف:
نؤرجح قاطع التيار عند الموضع 2 .
يفرغ المكثف في المقاومة R و**يتناقص** التوتر U_C بين مربطيه.
تحديد ثابتة الزمن مبيانيا:
المماس للمنحنى $\mathbf{U_C = f(t)}$.

2 - النظامان الإنتقالي والدائم.
أ - نظام انتقالي: Régime transitoire
يتزايد أو يتناقص خلاله التوتر U_C ونحصل عليه عندما تكون $t \langle 5\tau$

ب ـ النظام الدائم: Régime permanent

نحصل عليه عندما يكون $t\rangle 5\tau$ ويبقى خلاله التوتر U_C ثابتا $(U_C = E)$ عند شحن المكثف $(U_C = 0)$ عند تفريغ المكثف.



3 ـ الدراسة النظرية.

3 ـ 1 ـ شحن مكثف.

أ ـ المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات لدينا : $U = U_R + U_C$ و $E = Ri + U_C$ و لدينا: $i = \dfrac{dq}{dt}$ و $q = CU_C$

يعني : $i = C\dfrac{dU_C}{dt}$

$$RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

تكتب المعادلة التفاضلية: $\boxed{\dfrac{dU_C}{dt} + \dfrac{U_C}{RC} = \dfrac{E}{RC}}$

ملحوظة:

باعتبار $U_C = \dfrac{q}{C}$ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q : $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{RC} = \dfrac{E}{R}$

ب ـ حل المعادلة التفاضلية:

يكتب حل المعادلة التفاضلية: $\boxed{U_C = Ae^{-\alpha t} + B}$

A ، B و α ثوابت.

❖ **تحديد B و α :**

من المعادلة التفاضلية: $\dfrac{dU_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$ نعوض : $-\alpha A e^{-\alpha t} + \dfrac{Ae^{-\alpha t} + B}{RC} = \dfrac{E}{RC}$

$$Ae^{-\alpha t}\left(\frac{1}{RC} - \alpha\right) = \frac{E - B}{RC}$$

تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t وعلما أن $A \neq 0$ نستنتج أن $\dfrac{E-B}{RC} = 0$ و $\dfrac{1}{RC} - \alpha = 0$

ومنه: $\boxed{E = B \quad \text{و} \quad \alpha = \dfrac{1}{RC}}$

❖ **تحديد A باستعمال الشروط البدئية:**

عند اللحظة $t = 0$ فإن $U_C = 0$ (لم يكن المكثف مشحونا).

نعوض في العلاقة التفاضلية فنحصل على: $A + B = 0$ يعني $A = -B = -E$

إذن: $U_C = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + E$

$$U_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

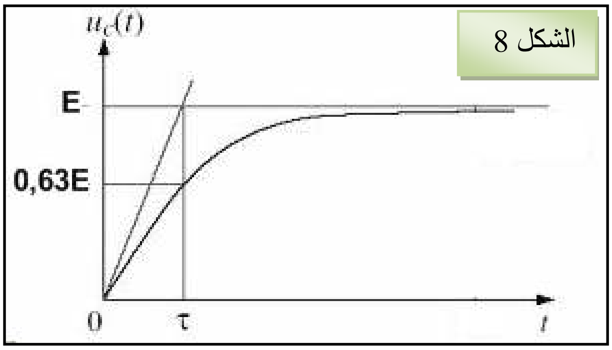
نضع $\tau = RC$

تعبير التوتر بين مربطي مكثف: $\boxed{U_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

ملحوظة:

لدينا $q = C.U_C$ ومنه:

ـ **الشحنة الكهربائية:** $q = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$



- شدة التيار i : $i=\frac{dq}{dt}$ ومنه: $i=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

- الطريقة الحسابية لتحديد ثابتة الزمن τ:

لدينا: $U_C=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ عند t = τ فإن الأرتوب:

$$U_C(\tau)=E\left(1-e^{-1}\right)$$
$$U_C(\tau)=0,63E$$

3 - 2 - تفريغ المكثف:

أ - المعادلة التفاضلية:

نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 2 .

حسب قانون إضافية التوترات $U_R+U_C=0$

$Ri+U_C=0$

لدينا $\begin{cases} i=\frac{dq}{dt} \\ q=C.U_C \end{cases} \Leftarrow \frac{dq}{dt}=C\frac{dU_C}{dt}$

بالتالي: $RC.\frac{dU_C}{dt}+U_C=0$ ومنه $\frac{dU_C}{dt}+\frac{U_C}{RC}=0$

ملحوظة:

باعتبار $U_C=\frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q : $\frac{dq}{dt}+\frac{q}{RC}=0$

ب - حل المعادلة التفاضلية:

يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي: $U_C=Ae^{-\alpha t}+B$

❖ **تحديد الثوابت A , B و α** :

$$\frac{dU_C}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$$

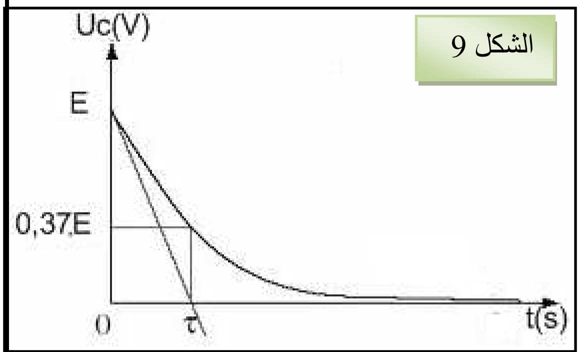
$$-\alpha Ae^{-\alpha t}+\frac{Ae^{-\alpha t}+B}{RC}=0$$

$$Ae^{-\alpha t}\left(\frac{1}{RC}-\alpha\right)=-\frac{B}{RC}$$

$A\neq 0$ فإن $B=0$ و $\alpha=\frac{1}{RC}$

❖ **تحديد الثوابت عند الشروط البدئية:**

عند t = 0 فإن $U_C=E$ ومنه: $A=E$ إذن : $U_C=Ee^{-\frac{t}{RC}}$



τ = RC وبالتالي فإن: $U_C=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

عند t = τ فإن الأرتوب: $U_C(\tau)=0,37E$

ملحوظة:

لدينا $q=C.U_C$ ومنه:

- الشحنة الكهربائية:

$$q=C.Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

- شدة التيار i : $i=\frac{dq}{dt}$ ومنه: $i=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

IV- الطاقة المخزونة في مكثف:

يمكن المكثف من تخزين طاقة كهربائية قصد استعمالها عند الحاجة.

تعبير الطاقة المخزونة في المكثف: $E_e=\frac{1}{2}CU^2$

أو: $E_e=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ مع : $q=C.U$

EL FAKIR & BOUADDI