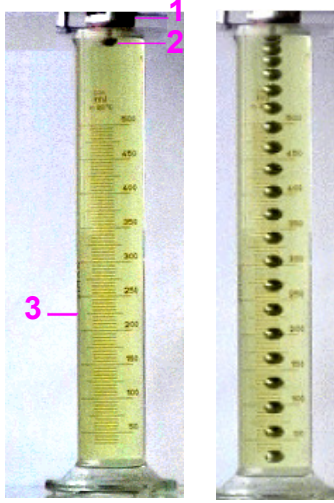


# السقوط الرأسي لجسم صلب

## I. السقوط الرأسي باحتكاك

### • دراسة تجريبية



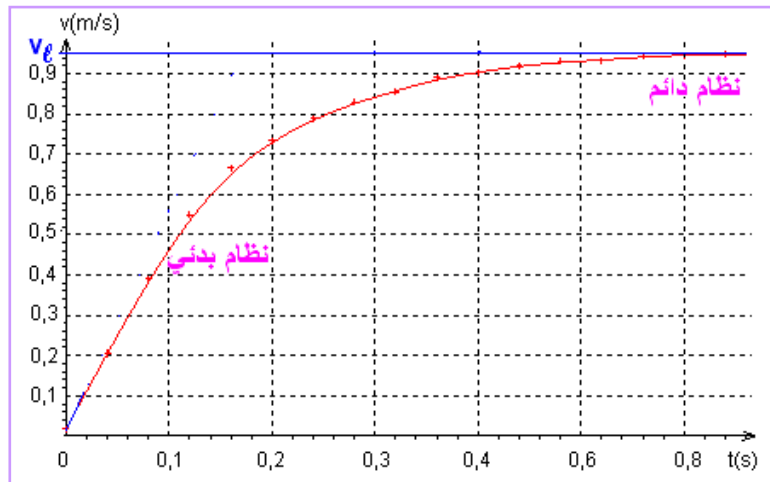
1: كهرمغنطيس  
2: كرة فولاذية  
3: أنبوب مملوء زيت

بواسطة كاميرا رقمية تصور حركة كرة فولاذية تسقط في مائع ( محلول الغليسيرول أو زيت ) بدون سرعة بدئية . تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكرة و حساب سرعته اللحظية  $v(t)$  .

يبرز مخطط السرعة  $v = f(t)$  نظامين:

• نظام بدئي يسمى النظام الانتقالي حيث ترتفع سرعة الكرة ، مع تناقص في التسارع.

• نظام نهائي يسمى النظام الدائم حيث سرعة الكرة تؤول إلى قيمة حدية  $v_f$  تبقى ثابتة.



### • دراسة نظرية

#### ▪ جرد القوى و مميزاتها

في مائع يخضع جسم لثلاث قوى و هي:

قوة الاحتكاك المائع	دافعة أرخميد	وزنه
$\vec{f} = -Kv^n \vec{k}$	$\vec{F}_A = -\rho_0 V \vec{g}$	$\vec{P} = m \vec{g}$
- الاتجاه: اتجاه متجهة سرعة مركز قصور الجسم.	- الاتجاه: رأسي المنحى: نحو الأعلى الشدة:	- الاتجاه: رأسي المنحى: نحو الأسفل الشدة:
- المنحى: معاكسة لمتجهة سرعة مركز قصور الجسم.	$F_A = \rho_0 V g \quad (N)$	$P = mg = \rho V g \quad (N)$
- الشدة:	$\rho_0$ الكتلة الحجمية للمائع	$m$ كتلة الجسم (kg)
$F_A = K v^n \quad (N)$	$V$ حجم الجسم باعتباره مغمورا كليا في المائع.	$\rho$ كتلته الحجمية ( $kg \cdot m^{-3}$ )
- في حالة سرعة حدية ضعيفة. $n=1$		$V$ حجمه ( $m^3$ )
- في حالة سرعة حدية مرتفعة. $n=2$		$g$ شدة الثقالة ( $N \cdot kg^{-1}$ )
$K$ ثابتة تتعلق بنوعية المائع و بشكل الجسم.		

لمقارنة وزن الجسم و دافعة أرخميد التي يطبقها المائع عليه تعتبر النسبة التالية:

$$\frac{F_A}{P} = \frac{\rho_0 V g}{\rho V g} = \frac{\rho_0}{\rho}$$

في الحالة  $\rho_0 \ll \rho$  يمكن إهمال دافعة أرخميد أمام وزن الجسم. كمثال لهذه الحالة سقوط جسم صلب كثيف (كرة فولاذية مثلا) في الهواء.

### المعادلة التفاضلية للحركة

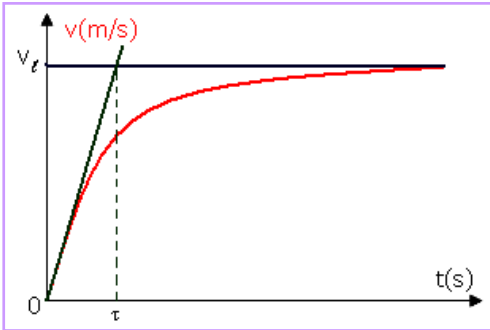
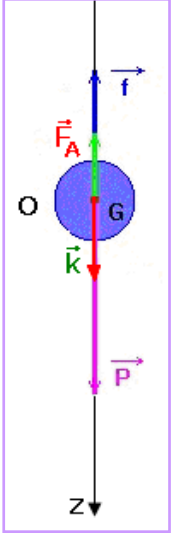
تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (الكرة) يعطي:  $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m\vec{a}_G$   
بالإسقاط على المحور (Oz) تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي باحتكاك:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{k}{m} \\ \beta = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \end{cases}$$

بوضع:

$$\frac{dv}{dt} + \alpha v^n = \beta$$

### المقادير المميزة للحركة



<ul style="list-style-type: none"> <li>مبيانيا: باستغلال مخطط السرعة</li> <li>نظريا: باعتبار <math>v = v_\ell = cte</math> في المعادلة التفاضلية يتوصل إلى:</li> </ul> $v_\ell = \left[ \frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \right]^{\frac{1}{n}}$	السرعة الحدية
<ul style="list-style-type: none"> <li>مبيانيا: تساوي ميل المماس لمخطط السرعة عند أصل التواريخ.</li> <li>نظريا: باعتبار <math>v_0 = 0</math> في المعادلة التفاضلية يستنتج:</li> </ul> $a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$	التسارع البدئي
<ul style="list-style-type: none"> <li>مبيانيا: يمثل أفصول نقطة تقاطع المماس عند أصل التواريخ مع المقارب.</li> <li>نظريا: <math>\tau = \frac{v_\ell}{a_0}</math></li> </ul>	الزمن المميز

### حل المعادلة التفاضلية بطريقة "أولير"

❖ من المعادلة التفاضلية يستنتج التسارع في لحظة  $t_i$ :  $a_i = \beta - \alpha v_i^n$  (1)

❖ من جهة أخرى في مجال زمني  $\delta t$  صغير جدا يمكن تطبيق المقاربة التالية:  $\frac{dv}{dt} \approx \frac{\delta v}{\delta t}$

(2) أي:  $v_{i+1} = v_i + a_i \delta t$  و منها:  $a_i \approx \frac{v_{i+1} - v_i}{\delta t}$

❖ بمعرفة السرعة البدئية  $v_0$  و الثابتين  $\alpha$  و  $\beta$  تمكن العلاقات (1) ثم (2) من حساب قيم السرعة اللحظية

للجسم خطوة خطوة في لحظات متتالية تفصل بينها المدة  $\delta t$ . هذه المدة تسمى "خطوة الحساب".

و بالتالي يمكن تمثيل المنحنى النظري  $v = f(t)$ .

❖ تعطي هذه الحسابات نتائج أكثر دقة كلما كانت المدة  $\delta t$  أصغر، عموماً تؤخذ:  $\delta t = \frac{\tau}{10}$  (الزمن المميز).

❖ يمكن التطابق بين النتائج النظرية و التجريبية من التحقق من صلاحية نموذج قوة الاحتكاك المعمول به:

$$f = Kv \quad (n=1) \quad \text{أو} \quad f = Kv^2 \quad (n=2).$$

## II. السقوط الرأسي الحر

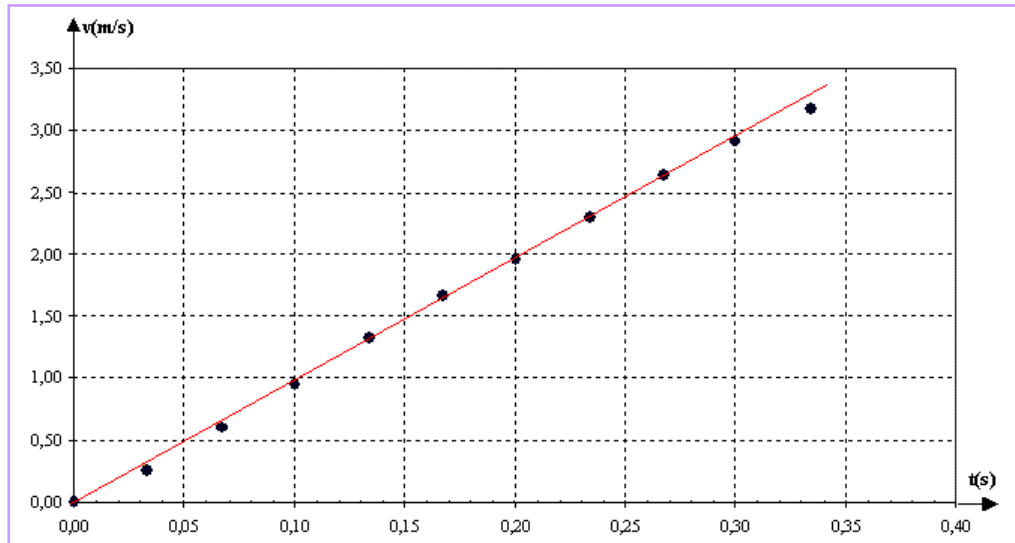
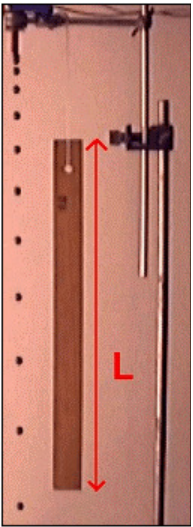
**تعريف** يعتبر جسم في سقوط حر إذا كان يخضع لوزنه فقط.

### • دراسة تجريبية

بواسطة كاميرا رقمية تصور حركة كرية فولاذية تسقط في الهواء بدون سرعة بدئية .  
تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكروية  
و حساب سرعتها اللحظية  $v(t)$ .

مخطط السرعة مستقيم: حركة الكرية مستقيمة

متسارعة بانتظام، و تسارعها هو:  $a = g$



مبيانيا التسارع يساوي ميل المستقيم. 

### • دراسة نظرية

#### ▪ المعادلة التفاضلية

يخضع الجسم (الكروية) لوزنه فقط:  $\vec{P} = m \vec{g}$

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم:  $\vec{P} = m \vec{a}_G$

يستنتج تسارع مركز قصوره:  $\vec{a}_G = \vec{g}$

ثم بالإسقاط على محور (Oz) رأسي موجه نحو الأسفل، تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي الحر:

$$\frac{dv}{dt} = g$$

### المعادلات الزمنية

$a = g$	التسارع
$v = gt + v_0$	السرعة
$z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$	الموضع