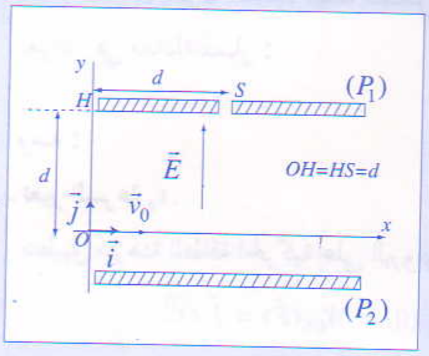
تمرين 1 — تأثير مجال كهرساكن $\vec{E}$ على حركة بروتون

يدخل بروتون كتلته m وشحنته q مجالا كهرساكنا منتظما $\vec{E}$ يوجد بين صفيحتين (P_1) و (P_2) أفقيتين ومتوازيتين (الشكل جانبه).



يدخل البروتون إلى المجال $\vec{E}$ انطلاقا من النقطة O بسرعة $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{E}$ وينحرف في المستوى الرأسي (Ox,Oy).

نهمل وزن الإلكترون أمام القوة الكهرساكنة المطبقة على البروتون.

1 ـ أثبت معادلة مسار البروتون في المستوى (Ox,Oy). ما طبيعة هذا المسار ؟

نأخذ لحظة دخول البروتون إلى المجال $\vec{E}$ عند النقطة O أصلا للتواريخ.

2 ـ أوجد بدلالة m و v_0 و q و d تعبير شدة المجال $\vec{E}$ لكي يخرج البروتون من الثقب S للصفيحة (P_1) التي تبعد عن المحور Ox بالمسافة $d = OH$ مع $OH = HS = d$.

3 ـ أوجد، بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية، تعبير السرعة v_s التي يخرج بها البروتون من الثقب S بدلالة v_0 .

احسب v_s ، علما أن : $v_0 = 7.10^6 m.s^{-1}$

حل

1 ـ معادلة مسار البروتون .

يخضع البروتون أثناء حركته في المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ إلى القوة الكهرساكنة : $\vec{F} = q.\vec{E} = e.\vec{E}$ لأن وزنه مهمل.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على البروتون في المرجع الأرضي نكتب :

$$m.\vec{a} = \vec{F} = q\vec{E}$$

ومنه :

$$(1) \quad \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحورين Ox و Oy نحصل على :

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = \dfrac{qE_x}{m} = 0 \\ a_y = \dfrac{qE}{m} = cte \end{array}\right. \quad \text{لأن} \quad \vec{E}\left|\begin{array}{l} E_x = 0 \\ E_y = E \end{array}\right.$$

الشروط البدئية للحركة :

$$\overrightarrow{OP_0}\left|\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{array}\right. \quad \text{و} \quad \vec{v}_0\left|\begin{array}{l} v_{ox} = v_0 \\ v_{oy} = 0 \end{array}\right.$$

لدينا :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{qE}{m}\end{cases}$$ بالتكامل، نحصل على : $$\vec{v}\begin{cases} v_x = k = v_0 \\ v_y = \dfrac{qE}{m}t + k' = \dfrac{qE}{m}t\end{cases}$$ لأن $k' = 0$

لدينا كذلك $$\vec{v}\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0 \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{qE}{m}t\end{cases}$$ بالتكامل، نحصل على : $$\overrightarrow{OP}\begin{cases} x = v_0 t + 0 \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}.t^2 + 0\end{cases}$$

بتركيب المعادلتين $x(t)$ و$y(t)$ نحصل على : $y = \dfrac{qE}{2m.v_0^2}.x^2$ وهي معادلة المسار.

إذن، مسار البروتون داخل المجال الكهرساكن المنتظم عبارة عن قوس من شلجم.

2 - تعبير شدة المجال $\vec{E}$.

عند النقطة S يكون حسب تبيانة الشكل : $x_S = y_S = d$

نعوض في معادلةالمسار : $d = \dfrac{qE}{2m.v_0^2}.d^2$

ومنه : $E = \dfrac{2m.v_0^2}{q.d}$

مبرهنة الطاقة الحركية :

$\Delta E_C = E_{cf} - E_{ci}$

$\Delta E_C = \dfrac{1}{2}m.v_f^2 - \dfrac{1}{2}m.v_i^2$

$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$

3 - تعبير السرعة v_s.

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين اللحظتين t_0 و t_S نكتب :

$$\Delta E_C = E_{C(S)} - E_C(0) = W_{OS}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{OS}$$

$$\frac{1}{2}mv_S^2 - \frac{1}{2}m.v_0^2 = qE_x(x_S - x_0) + qE_y(y_S - y_0)$$

باعتبار أن : $E_x = 0$ و $E_y = E$ و $y_S = d$

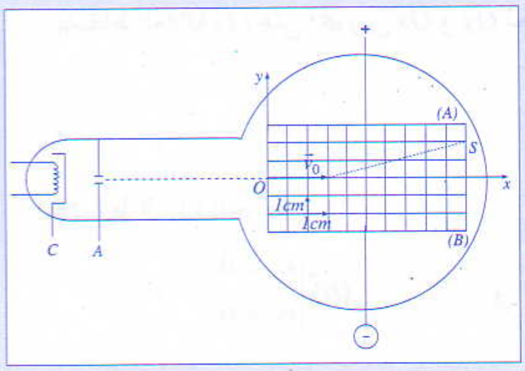
نحصل على : $\dfrac{1}{2}mv_S^2 - \dfrac{1}{2}m.v_0^2 = q.E.d$

وباحترام الشرط $E = \dfrac{2m.v_0^2}{q.d}$ ، نحصل على :

$\dfrac{1}{2}m.v_S^2 - \dfrac{1}{2}m.v_0^2 = 2v_0^2 m$ أي أن : $v_S^2 = 5v_0^2$

ومنه $v_S = v_0\sqrt{5} = 7.10^6.\sqrt{5} = 1,56.10^7 m.s^{-1}$

تمرين 2 مدفع الإلكترونات



تخرج الإلكترونات من المدفع بنفس متجهة السرعة $\vec{v}_0$ وتدخل، ابتداء من النقطة O حيزا من الفضاء يوجد به مجال كهرساكن منتظم $\vec{E}$ (انظر الشكل جانبه). نهمل وزن الإلكترون أمام القوة الكهرساكنة.

1 - أوجد معادلة مسار الإلكترونات في المعلم المتعامد المنظم (Ox,Oy).
استنتج طبيعة حركة الإلكترونات في المجال $\vec{E}$.

2 - احسب قيمة التوتر $U = V_A - V_B$ المطبق بين الصفيحتين (A) و(B)

3 ـ تمر الإلكترونات عند خروجها من المجال $\vec{E}$ من النقطة S.

استنتج قيمة منظم السرعة $\vec{v}_0$.

4 ـ حدد التوتر الأقصى الذي يجب تطبيقه بين الصفيحتين (A) و (B) لكي لايصطدم الإلكترون بالصفيحة (A).

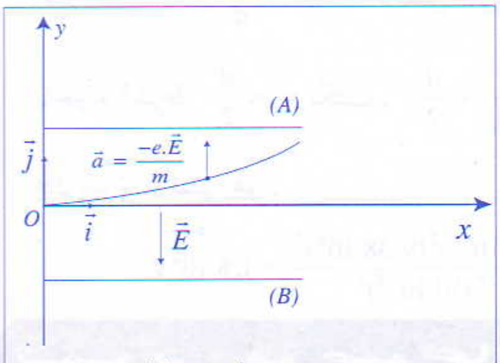
معطيات :

$$m = 9,1.10^{-31}kg \;\; ; \;\; e = 1,6.10^{-19}C \;\; ; \;\; E = 2,0.10^{3}V.m^{-1}$$

حــل

1 ـ معادلة مسار الإلكترون .

يخضع الإلكترون أثناء حركته داخل المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ إلى القوة الكهرساكنة $\vec{F} = q\vec{E}$.



متجهة التسارع $\vec{a}$ لها نفس اتجاه ومنحى المتجهة $\vec{j}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الإلكترون في المرجع الأرضي نكتب :

$$m.\vec{a} = q\vec{E} = -e.\vec{E} \quad \text{لأن} \quad q = -e$$

ومنه :

$$\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

بإسقاط هذه العلاقة المتجهية على المحورين Ox وOy، نحصل على :

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{eE}{m} \end{vmatrix} \quad \text{لأن:} \quad \vec{E}\begin{vmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{vmatrix}$$

ـ الشروط البدئية للحركة

$$\overrightarrow{OM}_0\begin{vmatrix} x_o = 0 \\ y_o = 0 \end{vmatrix} \quad \text{و} \quad \vec{v}_0\begin{vmatrix} v_{ox} = v_0 \\ v_{oy} = 0 \end{vmatrix}$$

لدينا

$$\begin{vmatrix} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{eE}{m} \end{vmatrix} \quad \text{بالتكامل نحصل على :} \quad \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = cte = v_0 \\ v_y = \dfrac{eE}{m}.t + 0 \end{vmatrix}$$

لدينا كذلك :

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0 \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{eE}{m}t \end{vmatrix} \quad \text{بالتكامل نحصل على :} \quad \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x(t) = v_o t \\ y(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}.t^2 \end{vmatrix}$$

بإقصاء الزمن t بين $x(t)$ و$y(t)$ نحصل على معادلة المسار $y(x)$.

$$t = \frac{x}{v_0} \quad \text{ومنه :} \quad y = \frac{eE}{2mv_0^2}.x^2$$

إذن، مسار الإلكترون داخل مجال كهرساكن منتظم عبارة عن قوس من شلجم.

2 ـ حساب التوتر U

بتطبيق العلاقة $E = \frac{U}{d}$، نجد :

$$U = E.d = 2.10^3.6.10^{-2} = 120V \quad \text{مع} \quad d = 6cm$$

3 ـ حساب السرعة $\vec{v}_0$.

نقرأ إحداثيي النقطة S على الشكل : $x_S = 10cm$ و $y_S = 2cm$

باستعمال معادلة المسار نكتب :

$$y_S = \frac{e.E}{2m.v_0^2}.x_S^2$$

ومنه :

$$v_0 = \sqrt{\frac{e.E}{2m.y_S}}.x_S = \sqrt{\frac{1,6.10^{-19}.2.10^3}{2.9,1.10^{-31}.2.10^{-2}}}.0,1 \approx 9,4.10^6 m.s^{-1}$$

نعطي نتيجة $U_{\max}$ برقمين معبرين تبعا لمعطيات النص.

4 - حساب التوتر الأقصى

لا يصطدم الإلكترون بالصفيحة (A) إذا تحقق الشرط $y_S < \frac{d}{2}$

حسب معادلة المسار لدينا :

$$y_S = \frac{1}{2}\frac{e.E}{m.v_0^2}.x_S^2$$

مع $x_S = \ell$ و $E = \frac{U}{d}$ ، نحصل على :

$$y_S = \frac{e.U}{2m.d}.\frac{\ell^2}{v_0^2}$$

باحترام الشرط $y_S < \frac{d}{2}$ نكتب : $\frac{e.U}{2m.d}.\frac{\ell^2}{v_0^2} < \frac{d}{2}$ ومنه : $U < \frac{m.d^2.v_0^2}{e.\ell^2}$

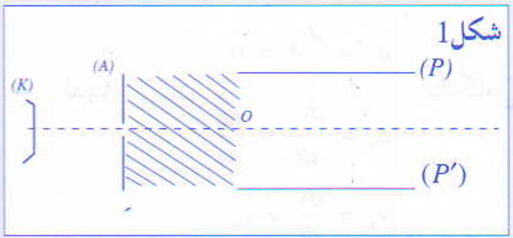
إذن التوتر الأقصى هو :

$$U_{\max} = \frac{m.d^2.v_0^2}{e.\ell^2} = \frac{9,1.10^{-31}.(6.10^{-2})^2(9,38.10^6)^2}{1,6.10^{-19}.(10.10^{-2})^2} \approx 1,8.10^2 V$$

تمرين موضوعاتي 3 مبدأ اشتغال راسم التذبذب

يتكون مدفع الإلكترونات الموجود في راسم التذبذب من كاثود K وأنود A ، في حيز فارغ.

شكل1



تنبعث الإلكترونات من الكاثود K بدون سرعة بدئية، وتسرع بالتوتر $U_0 = V_A - V_K$ المطبق بين الكاثود K والأنود A ، شكل 1.

1 - تصل الإلكترونات إلى الأنود A بسرعة أفقية $\vec{v}_0$.

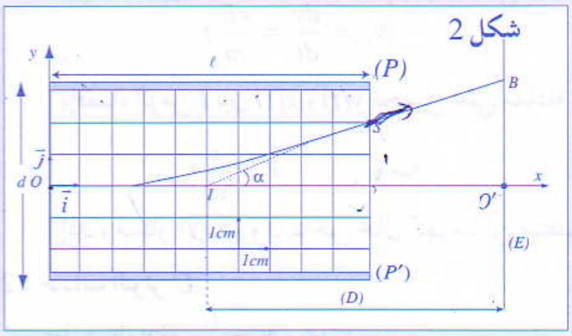
عبر عن منظم السرعة $\vec{v}_0$ بدلالة U_0 و e و m. احسب v_0 .

2 - تخترق الإلكترونات الأنود A وتصل إلى نقطة O.

نعتبر أن المجال الكهرساكن منعدم في الحيز الموجود بين الأنود A والمستوى الرأسي المار من النقطة O، (حيز فارغ).

بين أن سرعة الإلكترون تكون ثابتة بين الأنود A والمستوى الرأسي المار من O.

شكل 2



3 - تدخل حزمة الإلكترونات المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ الموجود بين الصفيحتين (P) و (P') ابتداء من النقطة O ، شكل 2.

نطبق بين (P) و (P') توترا كهربائيا $U = V_P - V_{P'} > 0$ ؛

ونمعلم موضع الإلكترون بإحداثييه على المحورين Ox و Oy.

نعتبر لحظة مرور الإلكترون من النقطة O أصلا للتواريخ .بين أن معادلة مسار الإلكترون تكتب على الشكل :

$$y = \frac{1}{4.d}.\frac{U}{U_0}.x^2$$

4 - أوجد تعبير شغل القوة الكهرساكنة $\vec{F}$ أثناء انتقال الإلكترون من النقطة O إلى النقطة S التي يغادر عندها الإلكترون المجال الكهرساكن $\vec{E}$.

5 - نرمز للانحراف الزاوي بـ α ،الشكل 2.

5.1 - استنتج مبيانيا قيمة $tan\alpha$.

5.2 - بين أن تعبير $tan\alpha$ يكتب على الشكل : $\tan\alpha = \frac{\ell}{2d}.\frac{U}{U_0}$

5.3 - احسب قيمة U.

معطيات : $U_0 = 1140V$; $e = 1,6.10^{-19}C$ ، كتلة الإلكترون : $m = 9,1.10^{-31}kg$

6 - يصل الإلكترون إلى النقطة S بسرعة $\vec{v}_S$.

أوجد، بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية قيمة v_S .

7 - يصطدم الإلكترون عند نقطة B بشاشة رأسية تبعد عن الخط الرأسي المار من النقطة I بالمسافة D.

بين أن : $y_B = k.U$ مع $k = \frac{\ell.D}{2.d.U_0}$. احسب y_B في حالة $D= 25cm$.

حـل

1 - تعبير منظم السرعة $\vec{v}_0$.

يخضع الإلكترون أثناء حركته بين الكاثود K والأنود A إلى القوة الكهرساكنة $\vec{F}_0$.

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين اللحظتين t_K و t_A نكتب : $\Delta E_C = \frac{1}{2}m.v_A^2 - \frac{1}{2}m.v_K^2 = W_{KA}(\vec{F}_0) = -e(V_K - V_A)$

أي أن : $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 = e.U_0$ مع $v_A = v_0$ و $v_K = 0$ و $-(V_K - V_A) = U_0$

ومنه : $v_0 = \sqrt{\frac{2.e.U_0}{m}} = \sqrt{\frac{2.1,6.10^{-19}.1140}{9,1.10^{-31}}} = 2.10^7.m.s^{-1}$

2 - البرهنة على ثبات $\vec{v}_0$ بين A و O

يخضع الإلكترون في حيز الفضاء المحصور بين A و O إلى وزنه فقط، وبما أن الوزن مهمل فهو لا يؤثر في الحركة ؛

إذن $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a} = \vec{0}$ ومنه $\vec{a} = \vec{0}$ أي أن : $\vec{v} = \vec{v}_0 = \overrightarrow{cte}$

3 - إثبات تعبير معادلة المسار

يخضع الإلكترون أثناء حركته بين الصفيحتين (P) و (P') إلى القوة الكهرساكنة $\vec{F} = q\vec{E} = -e.\vec{E}$ ، لأن الوزن مهمل.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الإلكترون أثناء حركته في المجال $\vec{E}$ ، بالنسبة لمرجع أرضي نكتب :

$m.\vec{a} = -e\vec{E}$ أي أن : $\vec{a} = -\frac{e}{m}.\vec{E}$

بإسقاط هذه العلاقة المتجهية على المحورين Ox و Oy ، نحصل على :

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e.E}{m} \end{vmatrix} \quad \text{لأن :} \quad \vec{E}\begin{vmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{vmatrix}$$

الشروط البدئية للحركة :

لدينا عند $t = 0$:

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix} \quad \text{و} \quad \vec{v}_0\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{vmatrix}$$

بما أن.
$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = v_0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{eE}{m} \end{cases}$$
نحصل بالتكامل على :
$$\vec{v}\begin{cases} v_x = k = v_0 \\ v_y = \dfrac{e.E}{m}.t \end{cases}$$

وبما أن
$$\vec{v}\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0 \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{eE}{m}.t \end{cases}$$
نحصل بالتكامل على :
$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0.t \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{e.E}{m}.t^2 \end{cases}$$

للحصول على معادلة المسار، نقصي t بين $x(t)$ و$y(t)$ بتركيبهما ؛

إذن : $t = \dfrac{x}{v_0}$ ومنه : $y = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}.\dfrac{x^2}{v_0^2}$

أي أن مسار الإلكترون عبارة عن قوس من شلجم.

رأينا خلال السؤال 1 أن : $v_0^2 = \dfrac{2e.U_0}{m}$

نعوض v_0^2 بتعبيرها في $y(x)$ وE بـ $\dfrac{U}{d}$، فنحصل على :

$$y = \frac{e.U}{2.m.d}.\frac{x^2}{\dfrac{2.eU_0}{m}} = \frac{1}{4.d}.\frac{U}{U_0}.x^2$$

4 - شغل القوة الكهرساكنة بين O وS.

$$W_{OS}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{OS} = -e\vec{E}.\overrightarrow{OS} = -e\left[E_x(x_S - x_0) + E_y(y_S - y_0)\right]$$

بما أن $E_x = 0$ و $E_y = -E = -\dfrac{U}{d}$ نحصل على : $W_{OS}(\vec{F}) = +e.E.y_s = \dfrac{e.U}{d}.y_S$ مع $y_S = \dfrac{1}{4.d}.\dfrac{U}{U_0}\ell^2$

إذن : $W_{OS}(\vec{F}) = \dfrac{1}{4}.\dfrac{\ell^2}{d^2}.\dfrac{e.U^2}{U_0}$

5.1/5 - قيمة $\tan\alpha$

نحدد، مبيانيا، بقراءة الشكل 2 : $\tan\alpha = \dfrac{2}{5} = 0,4$

5.2 - البرهنة على تعبير $\tan\alpha$

نستنتج هندسيا من الشكل (2) أن : $\tan\alpha = \dfrac{y_S}{\dfrac{\ell}{2}} = \dfrac{2y_S}{\ell}$

بتعويض y_S بقيمتها نحصل على : $\tan\alpha = \dfrac{\ell}{2d}.\dfrac{U}{U_0}$

5.3 - حساب قيمة التوتر U

نستنتج من العلاقة السابقة :

$$U = \frac{2.d.U_0}{\ell}.\tan\alpha = \frac{2.6.10^{-2}.1140.0,4}{10.10^{-2}} = 547,2V$$

6 ـ **حساب قيمة** v_S .

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين O و S نكتب :

$$E_C(S) - E_C(0) = W_{OS}(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mv_S^2 - \frac{1}{2}m.v_0^2 = \frac{e.\ell^2.U^2}{4d^2.U_0}$$

ومنه :

$$v_S = \sqrt{v_0^2 + \frac{e.\ell^2.U^2}{2m.d^2.U_0}} = \sqrt{(2.10^7)^2 + \frac{1,6.10^{-19}.(10.10^{-2})^2.(547,2)^2}{2.9,1.10^{-31}.(6.10^{-2})^2.1140}} = 2,15.10^7 m.s^{-1}$$

7 ـ **البرهنة على تعبير** y_B.

نستنتج هندسيا من الشكل 2 :

$$\tan\alpha = \frac{O'B}{IO'} = \frac{y_B}{D}$$

$$y_B = D.\tan\alpha = D.\frac{\ell}{2d}.\frac{U}{U_0}$$

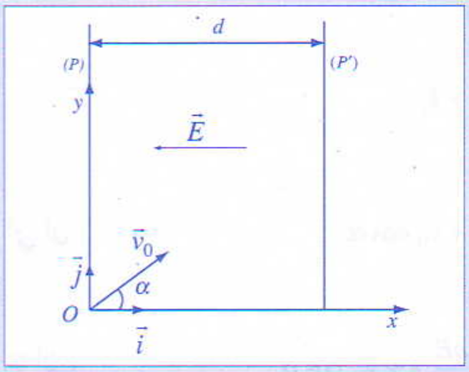
ومنه :

$$y_B = \frac{D.\ell}{2.d.U_0}.U = k.U$$

أي أن :

$$y_B = \frac{25.10^{-2}.10.10^{-2}}{2.6.10^{-2}.1140}.547,2 = 0,1m = 10cm$$

تمرين 4 حركة بروتون في مجال كهرساكن



يدخل، انطلاقا من النقطة O، بروتون مجالا كهرساكنا منتظما بين صفيحتين فلزيتين (P) و (P') متوازيتين تفصل بينهما المسافة d بسرعة $\vec{v}_0$ تكون زاوية α مع المحور الأفقي Ox .

توجد $\vec{v}_0$ في المستوى المعرف بـ $(O,\vec{i},\vec{j})$ (انظر الشكل جانبه).

نختار لحظة دخول البروتون إلى المجال $\vec{E}$ أصلا للتواريخ.

1 ـ أوجد إحداثيي متجهة القوة الكهربائية المطبقة على البروتون في المعلم المتعامد المنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2 ـ أوجد معادلة مسار البروتون وعين طبيعته.

3 ـ بين أن البروتون يصل إلى الصفيحة (P') عند لحظة t. احسب قيمة t.

4 ـ أوجد تعبير متجهة السرعة $\vec{v}$ عند وصول البروتون إلى الصفيحة (P') في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

5 ـ أوجد تعبير الإحداثي v_x لسرعة البروتون بدلالة x وتحقق من نتيجة السؤال السابق.

معطيات :

$$m = 1,67.10^{-27}kg \ , \ q = 1,6.10^{-19}C \ , \ d = 1cm$$
$$v_0 = 2.10^6 m.s^{-1} \ , \ \alpha = 10° \ , \ E = 5.10^4 V.m^{-1}$$

حـــل

1 ـ **إحداثيا متجهة القوة الكهربائية**

يخضع البروتون إلى القوة الكهربائية $\vec{F} = q.\vec{E}$

بإسقاط هذه العلاقة المتجهية على المحورين Ox وOy نحصل على :

$$\vec{F}\left|\begin{array}{l} F_x = -q.E \\ F_y = 0 \end{array}\right.$$

في حالة $q > 0$ يكون لـ $\vec{F}$ و $\vec{E}$ نفس الاتجاه ونفس المنحى.

2 ـ **تعبير معادلة المسار**

يخضع البروتون أثناء حركته في المجال $\vec{E}$ إلى قوتين :

$\vec{P}$: وزنه ؛

$\vec{F}$: القوة الكهربائية

بإهمال P أمام F وتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب :

$$m.\vec{a} = \vec{F} \quad \text{ومنه :} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

باعتبار إحداثيي $\vec{F}$ نكتب :

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = -\dfrac{q.E}{m} \\ a_y = 0 \end{array}\right.$$

بما أن :

$$\left|\begin{array}{l} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = -\dfrac{q.E}{m} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = 0 \end{array}\right.$$

نحصل بالتكامل على :

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = -\dfrac{q.E}{m}.t + k_1 \\ v_y = k_2 \end{array}\right.$$

مع $k_1 = v_{0x} = v_0.\cos\alpha$ و $k_2 = v_{0y} = v_0.\sin\alpha$

أي أن :

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = -\dfrac{q.E}{m}.t + v_0\cos\alpha \\ v_y = v_0.\sin\alpha \end{array}\right.$$

بما أن :

$$\left|\begin{array}{l} v_x = \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{qE}{m}.t + v_0.\cos\alpha \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = v_0.\sin\alpha \end{array}\right.$$

نحصل بالتكامل على :

$$\left|\begin{array}{ll} x = -\dfrac{1}{2}\dfrac{q.E}{m}t^2 + (v_0\cos\alpha).t + k_3 & (3) \\ y = (v_0\sin\alpha).t + k_4 & (4) \end{array}\right.$$

مع $k_3 = 0$ و $k_4 = 0$ (الشروط البدئية)

بإقصاء t بين المعادلتين *(3)* و*(4)* نحصل على :

$$t = \frac{y}{v_0.\sin\alpha}$$

بالتعويض نحصل على :

$$x = -\frac{1}{2}\frac{q.E}{m}.\frac{y^2}{v_0^2\sin^2\alpha} + \frac{y}{\tan\alpha}$$

مسار البروتون عبارة عن شلجم لأن $x(t)$ تكتب على الشكل $x = a.y^2 + b.y + c$

3 ـ حساب لحظة وصول البروتون إلى الصفيحة (P')

عند وصول البروتون الى الصفيحة (P') يكون أفصوله هو $x = d$

باستعمال المعادلة الزمنية نحصل على :

$$d = -\frac{1}{2}\frac{q.E}{m}.t^2 + (v_0.\cos\alpha).t$$

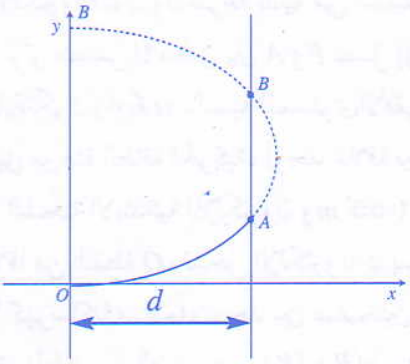
$$10^{-2} = -\left(\frac{0,5.1,6.10^{-19}.5.10^4}{1,67.10^{-27}}\right)t^2 + (2.10^6.\cos 10°)t$$

ومنه : $-2,40.10^{12}.t^2 + 1,97.10^6.t - 10^{-2} = 0$

بحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية، نجد حلين t_1 وt_2 مع $t_2 > t_1$.

يمر لأول مرة البروتون من مستوى الصفيحة (P') عند اللحظة :

$t_1 \approx 5.10^{-9}s$



ـ توافق اللحظة t_1 وصول البروتون إلى النقطة A.

ـ توافق اللحظة t_2 الحل الرياضي دون اعتبار لوجود $\vec{E}$ فقط بين (P) و $(\bar{P}')$

4 ـ تعبير متجهة السرعة $\vec{v}$

عند اللحظة t_1 يكون إحداثيا متجهة السرعة هما :

$$\vec{v}(t_1)\begin{cases} v_x = -\frac{qE}{m}.t_1 + v_0.\cos\alpha \\ v_y = v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

أي أن :

$$\vec{v}(t_1)\begin{cases} v_x = \frac{-1,6.10^{-19}.5.10^4}{1,67.10^{-27}}5.10^{-9} + 2.10^6\cos 10° = 1,94.10^6 m.s^{-1} \\ v_y = 2.10^6.\sin 10° = 3,47.10^5 m.s^{-1} \end{cases}$$

5 ـ تعبير v_x بدلالة x

بما أن تسارع البروتون ثابت وفق المحور Ox ، نطبق العلاقة المستقلة عن الزمن بين اللحظتين : $t_0 = 0$ و t.

$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2.a_x(x - x_0)$ مع $x_0 = 0$ و $v_{0x} = v_0.\cos\alpha$

و $a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{q.E}{m}$

إذن : $v_x^2 = v_0^2\cos^2\alpha - \frac{2qE}{m}.x$ ومنه : $v_x = \sqrt{v_0^2.\cos^2\alpha - \frac{2qE}{m}.x}$

التحقق من قيمة v_x عند $x = d$

$$v_x = \sqrt{v_0^2.\cos^2\alpha - \frac{2qE}{m}.d} = \sqrt{(2.10^6\cos 10°)^2 - \frac{2.1,6.10^{-19}.5.10^4.10^{-2}}{1,67.10^{-27}}} \approx 1,95.10^6 m.s^{-1}$$