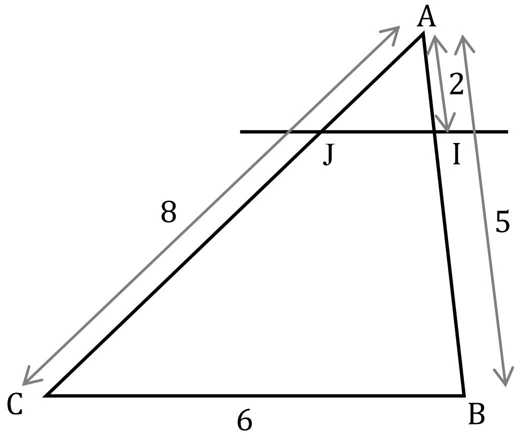
حلول مقترحة	مبرهنة طاليس	السنة الثالثة ثانوي إعدادي

تمرين 1 : ABC مثلث حيث : $AB=5\,cm$ و $AC=8\,cm$ و $BC=6\,cm$ ، $I\in[AB]$ ، $IA=2\,cm$ ، $(IJ)//(BC)$

1



2

لدينا في المثلث ABC ، $I\in(AB)$ و $J\in(AC)$ و $(IJ)//(BC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$ أي : $\frac{2}{5}=\frac{AJ}{8}=\frac{IJ}{6}$

إذن: $\boxed{AJ=\frac{2\times 8}{5}=\frac{16}{5}=3,2\,cm}$ و $\boxed{IJ=\frac{2\times 6}{5}=\frac{12}{5}=2,4\,cm}$ و $\boxed{JC=AC-AJ=8-3,2=4,8\,cm}$

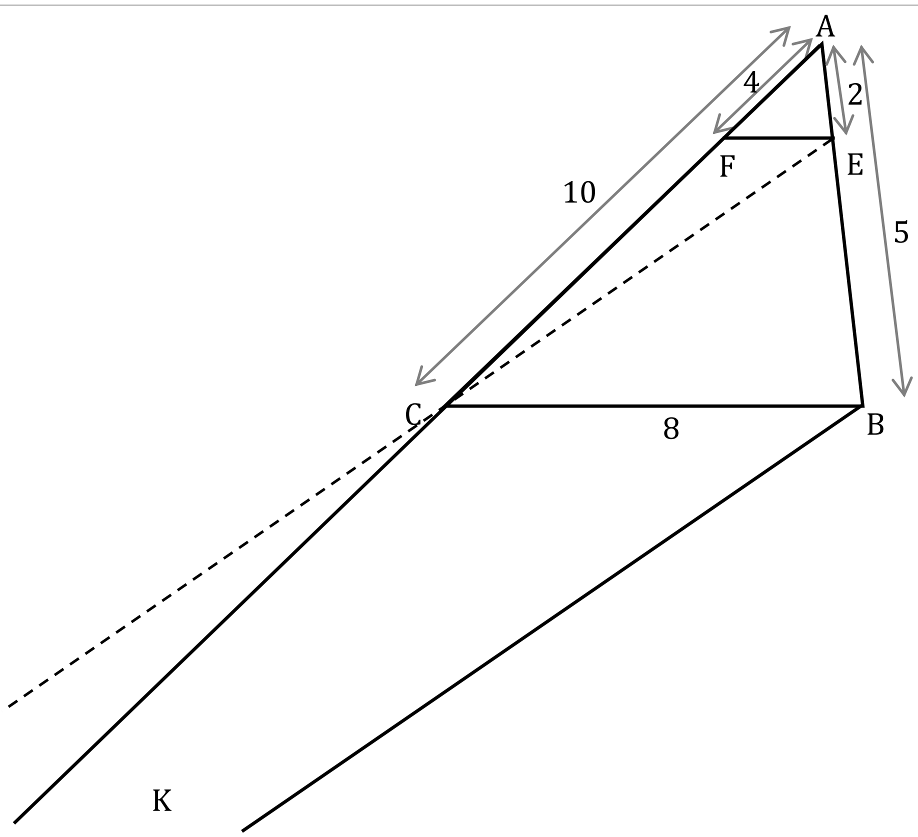
- إنشاء الشكل يتطلب استعمال المسطرة المدرجة و البركار
- الأسهم المدرجة بالشكل هي من أجل توضيح القياسات و ليست ضرورية.
- من الضروري تحديد شروط تطبيق مبرهنة طاليس المباشرة و التي يمكن اختصارها في 4 شروط:

تحديد المثلث المراد تطبيق الخاصية فيه + تحديد نقطة تنتمي لأحد حاملي ضلعيه + تحديد نقطة أخرى من حامل ضلع آخر + التوازي بين حامل الضلع الثالث و المستقيم المار من النقطتين السابقتين

تمرين 2 : ABC مثلث حيث : $AB=5\,cm$ و $AC=10\,cm$ و $BC=8\,cm$

E نقطة من $[AB]$ حيث $AE=2\,cm$ و F نقطة من $[AC]$ حيث $AF=4\,cm$

1



2
لدينا : $\frac{AE}{AB}=\frac{2}{5}$ و $\frac{AF}{AC}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ منه : $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$

الآن لدينا المثلث ABC ، $E\in(AB)$ و $F\in(AC)$ و $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ و لـ A و E و B نفس ترتيب النقط A و F و C ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإننا نستنتج أن : $(EF)//(BC)$

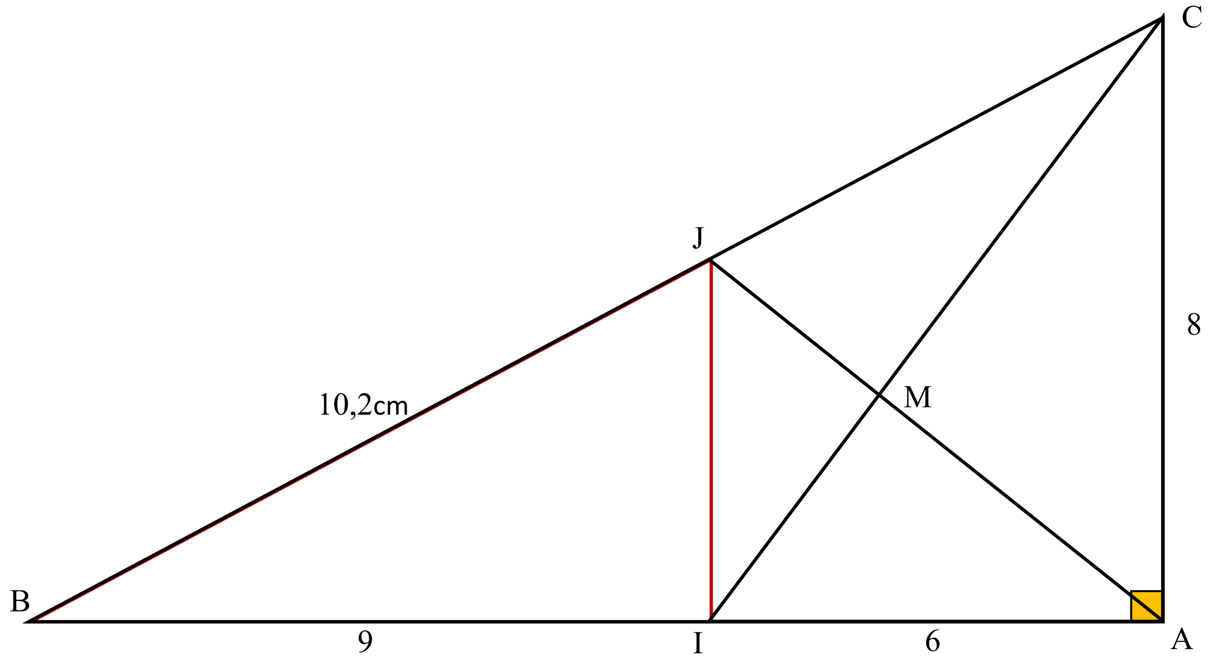
3
لدينا في المثلث ABK ، $E\in(AB)$ و $F\in(AC)$ و $(EC)//(BK)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{AC}{AK}=\frac{AE}{AB}=\frac{CE}{KB}$ منه : $\frac{10}{AK}=\frac{2}{5}$

منه: $AK=\frac{10\times 5}{2}=\frac{50}{2}=25\,cm$ بالتالي : $CK=AK-AC=25-10=15\,cm$

تمرين 3 : ABC مثلث حيث : $AB=15\,cm$ و $AC=8\,cm$ و $BC=17\,cm$

و لتكن I نقطة من القطعة $[AB]$ حيث $IA=6\,cm$

1


2
لدينا : $BC^2=17^2=289$ و $AC^2=8^2=64$ و $AB^2=15^2=225$

بما أن : $225+64=289$ فإن : $AB^2+AC^2=BC^2$ إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A

إذن المثلث IAC قائم الزاوية في A ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن:

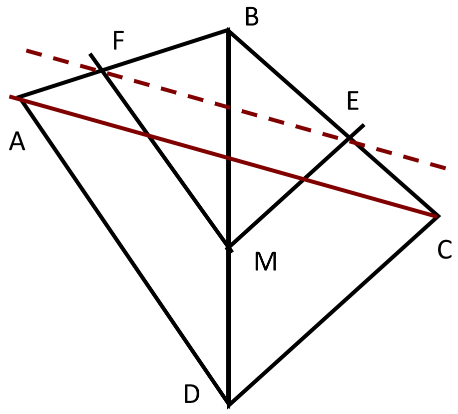
$$IC^2=AC^2+IA^2$$
$$=8^2+6^2$$
$$=64+36$$
$$IC^2=100$$
$$IC=10\,cm$$

4 أ
لدينا : $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$ و $\frac{102}{170}=\frac{51}{85}=\frac{3}{5}$ منه: $\frac{BJ}{BC}=\frac{BI}{BA}$

لدينا المثلث ABC ، $I\in(AB)$ و $J\in(BC)$ و $\frac{BJ}{BC}=\frac{BI}{BA}$ و لـ B و I و A نفس ترتيب النقط B و J و C ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإننا نستنتج أن : $(IJ)//(AC)$

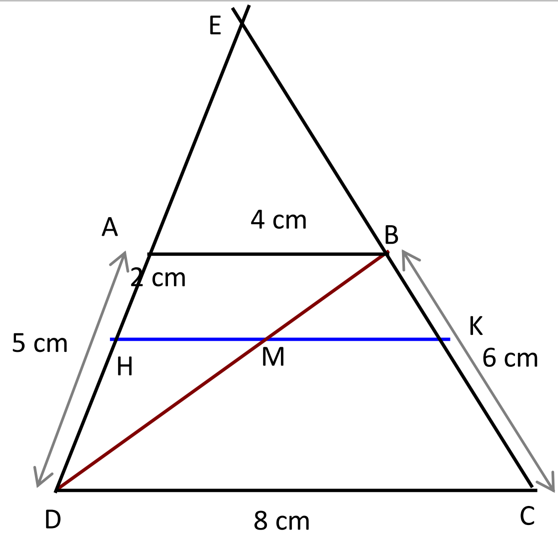
ب	لدينا في المثلث AMC ، $I\in(AB)$ و $J\in(BC)$ و $(IJ)//(AC)$ (حسب السؤال السابق) إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{JI}{CA}=\frac{BI}{BA}=\frac{BJ}{BC}$ منه : $\frac{JI}{8}=\frac{3}{5}$ بالتالي : $IJ=\frac{3\times 8}{5}=\frac{24}{5}=4,8\,cm$
	يمكن أيضا استعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث IJB بعد البرهان على الزاوية القائمة.
ج	لدينا المثلث AMC ، $I\in(MC)$ و $J\in(AM)$ و $(IJ)//(AC)$ إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{IJ}{CA}=\frac{MJ}{MA}=\frac{MI}{MC}$ منه : $\frac{IJ}{CA}=\frac{MI}{MC}$ منه : $\frac{MC}{CA}=\frac{MI}{IJ}$ و باستعمال قواعد التناسب نستنتج أن : $\frac{MI}{IJ}=\frac{MC}{CA}=\frac{MI+MC}{IJ+CA}=\frac{IC}{IJ+CA}$ منه: $\frac{MI}{4,8}=\frac{MC}{8}=\frac{10}{12,8}$ بالتالي: $MC=\frac{80}{12,8}=6,25\,cm$ و $MI=\frac{48}{12,8}=3,75\,cm$
	عند الحصول على التناسب $\frac{IJ}{CA}=\frac{MJ}{MA}=\frac{MI}{MC}$ نجد أنه غير كاف لأنه يتضمن مسافتين مجهولتين إحداهما في البسط و الأخرى في المقام ، الحل يكمن في استعمال قواعد التناسب التي تتيح جمع هذين التعبيرين في البسط بعد مبادلة وسطي التناسب، و لفهم أكثر نذكر بالخاصيتين: إذا كان : $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$ فإن: $\frac{b}{d}=\frac{a}{c}$ (تسمى مبادلة وسطي التناسب) / إذا كان : $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$ فإن: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

تمرين 4 :



1	لنقارن $\frac{BE}{BC}$ و $\frac{BM}{BD}$ ، لدينا في المثلث BDC ، $E\in(BC)$ و $M\in(BD)$ و $(EM)//(DC)$ إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{BE}{BC}=\frac{BM}{BD}$
2	لنقارن $\frac{BM}{BD}$ و $\frac{BF}{BA}$ ، لدينا في المثلث ADB ، $F\in(AB)$ و $M\in(BD)$ و $(FM)//(AD)$ إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{BM}{BD}=\frac{BF}{BA}$
3	لدينا في المثلث ABC : $F\in(AB)$ و $E\in(BC)$ للنقط B و E و C نفس ترتيب النقط B و F و A و لدينا حسب السؤالين السابقين : $\frac{BE}{BC}=\frac{BM}{BD}$ و $\frac{BM}{BD}=\frac{BF}{BA}$ منه : $\frac{BE}{BC}=\frac{BF}{BA}$ إذن و حسب مبرهنة طاليس العكسية : $\boxed{(EF)//(AC)}$
	يجب تحديد المثلث عند استعمال مبرهنة طاليس (المباشرة و العكسية)، عند استعمال مبرهنة طاليس العكسية يجب التأكيد على ترتيب النقط ، و اثبات التناسب باستعمال أسئلة سابقة أو باستعمال المعطيات.

تمرين 5 :

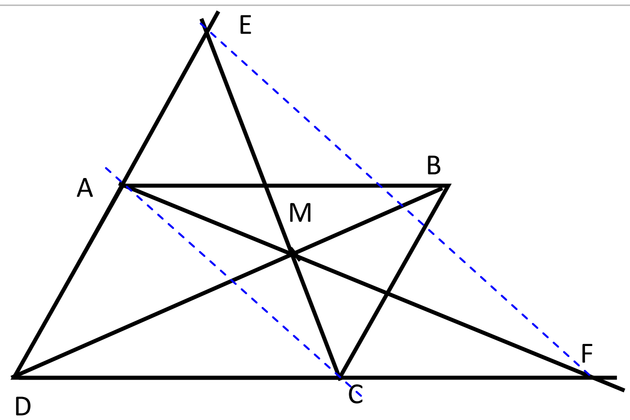


1	لدينا في المثلث ADB ، $H\in(AD)$ و $M\in(DB)$ و $(HM)//(AB)$
	إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{AH}{AD}=\frac{BM}{BD}$ (1)
	لدينا في المثلث DBC ، $K\in(BC)$ و $M\in(DB)$ و $(MK)//(DC)$
	إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{BK}{BC}=\frac{BM}{BD}$ (2)
	إذن : $\boxed{\frac{BK}{BC}=\frac{AH}{AD}}$ منه : $\frac{BK}{6}=\frac{2}{5}$ ، بالتالي $\boxed{BK=\frac{6\times 2}{5}=\frac{12}{5}=2{,}4}$ و $\boxed{CK=BC-BK=6-2{,}4=3{,}6}$

2	لنحسب MH ، لدينا في المثلث ADB ، $H\in(AD)$ و $M\in(DB)$ و $(HM)//(AB)$ إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{HM}{AB}=\frac{DM}{DB}=\frac{DH}{DA}$ ، منه : $\frac{DH}{DA}=\frac{HM}{AB}$ أي : $\frac{5-2}{5}=\frac{HM}{4}$ بالتالي : $\boxed{MH=\frac{4\times 3}{5}=\frac{12}{5}=2{,}4}$
3	لنحسب EA و EB ، لدينا في المثلث EDC ، $A\in(ED)$ و $B\in(CE)$ و $(DC)//(AB)$ إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{AB}{DC}=\frac{EB}{EC}=\frac{EA}{ED}$ إذن : $ED=2\,EA$ و $EC=2\,EB$ و هذا يعني أن A منتصف $[DE]$ و B منتصف $[CE]$ و بالتالي : $\boxed{EA=AD=5\,cm}$ و $\boxed{EB=BC=6\,cm}$

في السؤال الثالث يمكن استعمال قواعد التناسب لإيجاد المسافة المطلوبة، لكن نسبة النصف كانت مفيدة لاستنتاج وجود المنتصف و بالتالي اختصار الطريقة.

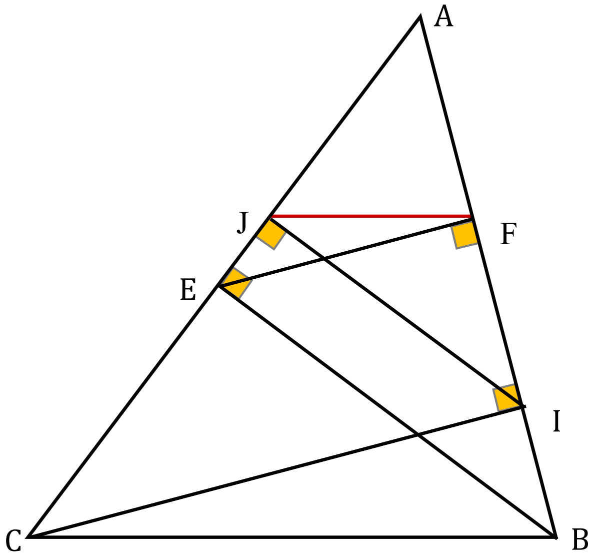
تمرين 6 :



1	لنقارن $\frac{MB}{MD}$ و $\frac{MA}{MF}$ ،لدينا في المثلث MDF ، $A\in(MF)$ و $B\in(MD)$ و $(AB)//(DF)$ إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{MB}{MD}=\frac{MA}{MF}$
2	لنقارن $\frac{MB}{MD}$ و $\frac{MC}{ME}$ ، لدينا في المثلث MDE ، $C\in(EM)$ و $B\in(MD)$ و $(BC)//(DE)$ إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة : $\frac{MB}{MD}=\frac{MC}{ME}$
3	لدينا في المثلث MEF ، $A\in(MF)$ و $C\in(ME)$ ، للنقط A و M و F نفس ترتيب النقط C و M و E و لدينا حسب السؤالين السابقين : $\frac{MB}{MD}=\frac{MA}{MF}$ و $\frac{MB}{MD}=\frac{MC}{ME}$ منه : $\frac{MA}{MF}=\frac{MC}{ME}$ إذن و حسب مبرهنة طاليس العكسية : $(EF)//(AC)$

صعوبة السؤال تكمن في العثور على المثلث المناسب لتطبيق الخاصية ، سواء المباشرة أو العكسية ، لذلك حاول استعمال ألوان لتوضيح المثلث المناسب.

تمرين 7 : ـ مزيدا من التفكير ـ



بما أن : $(AC)\perp(EB)$ و $(AC)\perp(IJ)$ فإن $(EB)//(IJ)$ و بما أن : $(AB)\perp(EF)$ و $(AB)\perp(IC)$ فإن $(EF)//(IC)$

إذن باستعمال مبرهنة طاليس المباشرة في كل من المثلثين AEB و AIC

نجد: $\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AI}$ و $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AE}$

نستنتج إذن أن : $AF=\frac{AE\times AI}{AC}$ و $AJ=\frac{AI\times AE}{AB}$ منه: $\frac{AF}{AJ}=\frac{\frac{AE\times AI}{AC}}{\frac{AE\times AI}{AB}}=\frac{AE\times AI}{AC}\times\frac{AB}{AE\times AI}=\frac{AB}{AC}$

الآن باستعمال هذا التناسب : $\frac{AF}{AJ}=\frac{AB}{AC}$ في المثلث ABC

و بالاستعانة بمبرهنة طاليس العكسية نستنتج أن $(JF)//(BC)$

تمرين يوضح بجلاء أهمية مبرهنة طاليس المباشرة و العكسية، حيث أن هذا التمرين يصعب إنجازه (إن لم نقل يستحيل) بأي مفهوم آخر أو قاعدة أخرى

مثل هذه التمارين التي تتضمن كلا المبرهنتين المباشرة و العكسية يستحسن إنجازها و فهمها جيدا لأنها أفضل وسيلة لاستعياب الدرس.