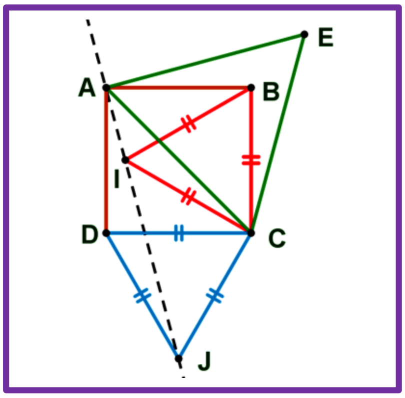
.01



ننشئ الشكل :

1. نحدد صور النقط D و B و E بالدوران :

بما أن المثلث DCJ المتساوي الأضلاع إذن : $\begin{cases} CD = CJ \\ \left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CJ}\right) \equiv \frac{\pi}{3} \quad [2\pi] \end{cases}$ ومنه $R(D)=J$.

بنفس الطريقة نبين أن : $R(B)=I$ و $R(E)=A$.

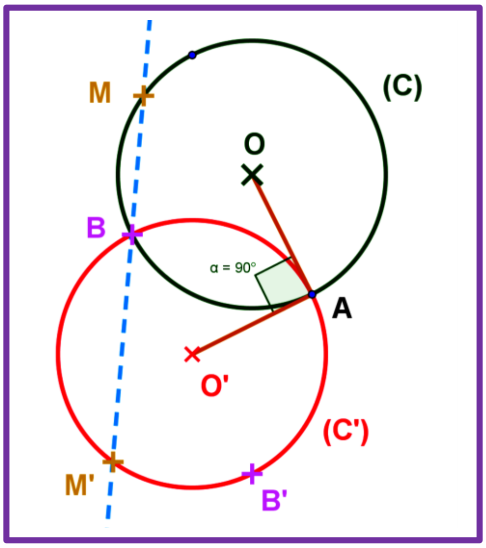
2. استنتج أن النقط I و J و A مستقيمية .

المستقيم (DB) هو واسط القطعة $[AC]$ و نعلم أن $CE=AE$ ومنه: $E\in(DB)$.

إذن النقط D و B و E مستقيمية و بالتالي $R(D)=J$ و $R(B)=I$ و $R(E)=A$ لأن الدوران يحافظ على استقامية النقط .

خلاصة : النقط I و J و A مستقيمية .

.02



1. أنشئ $(\mathscr{C}')$ صورة $(\mathscr{C})$ بالدوران r الذي مركزه A و قياس زاويته $\frac{\pi}{2}$.

2. نثبت أن النقط M و B و M' مستقيمية .

لتكن A و B نقطتي تقاطع $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$.

لتكن B' صورة B بالدوران r.

لدينا :

- $\begin{matrix} r : M \mapsto M' \\ r : B \mapsto B' \end{matrix}$ ومنه : $\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{B'M'}\right) \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ إذن: $(BM)\perp(BM')$ (1)
- $r : B \mapsto B'$. و منه : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AB'}\right) \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ إذن: $(AB)\perp(AB')$

ومنه : المثلث ABB' متساوي الساقين وقائم الزاوية في A .

لدينا : $B\in(C)$ إذن $B'\in(C')$ ومنه $[BB']$ قطر ل $(\mathscr{C}')$.

بما أن : $M'\in(C')$ و $[BB']$ قطر ل $(\mathscr{C}')$ إذن $(M'B)\perp(M'B')$ (2) .

من خلال (1) و (2) نحصل على المستقيمين (BM) و $(M'B')$ عوديين على نفس المستقيم (BM') إذن هما منطبقين

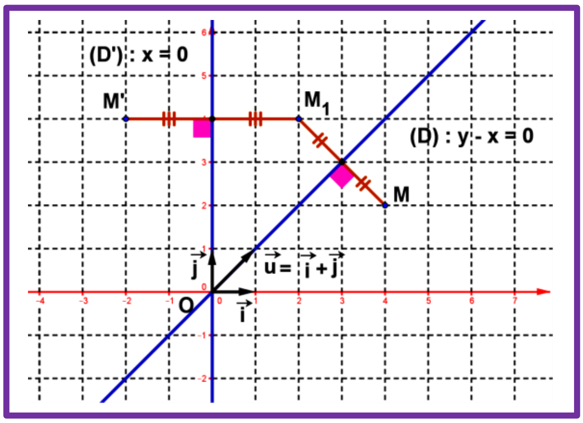
ومنه : $(BM)=(M'B')$.

خلاصة : $(BM)=(M'B')$ و بالتالي النقط M و B و M' مستقيمية .

.03

1. بين أن : $S_{D'}\circ S_D$ دوران يتم تحديد مركزه و قياس زاويته .

لدينا المستقيمين $D\left(O,\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right)$ و $D'\left(O,\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)$ متقاطعين في O .



إذن $S_{D'}\circ S_D$ هو دوران مركزه O .

نحدد قياس زاويته :

لدينا :

$$\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}\right)\equiv\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}\right)+\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}\right)\ [2\pi]$$
$$\equiv 2\left(\vec{u},\overrightarrow{OM'}\right)+2\left(\overrightarrow{OM},\vec{j}\right)\ [2\pi]$$
$$\equiv 2\left(\vec{u},\vec{j}\right)\ [2\pi]$$
$$\equiv 2\times\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$$
$$\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$$

ومه : $\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

خلاصة : $S_{D'}\circ S_D$ هو دوران الذي مركزه O و قياس زاويته $\frac{\pi}{2}$ أو أيضا : $S_{D'}\circ S_D=r\left(O,\frac{\pi}{2}\right)$.

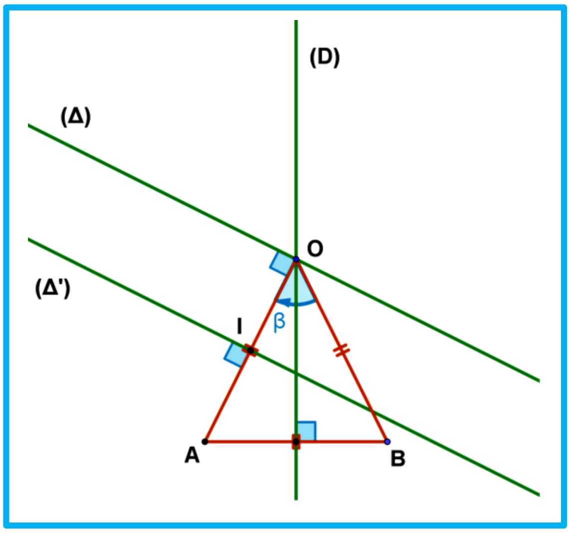
.2 نحدد حسب قيم α مجموعة النقط M حيث $MM'=\alpha$

حسب ما سبق : $\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ إذن $(OM)\perp(OM')$ و $OM=OM'$ ومنه المثلث OMM' متساوي الساقين وقائم الزاوية في O . من خلال خاصية فيثاغورس نحصل على $OM^2+OM'^2=MM'^2\Leftrightarrow 2OM^2=\alpha^2\Leftrightarrow OM^2=\frac{\alpha^2}{2}$

ومنه : $OM=\frac{2\alpha}{\sqrt{2}}$.

مجموعة النقط M حيث $MM'=\alpha$ هي الدائرة $\mathscr{C}\left(O,\frac{\alpha\sqrt{2}}{2}\right)$.

.04



ليكن OAB مثلثا متساوي الساقين رأسه O .

نعتبر المستقيم (Δ) المار من O و العمودي على المستقيم (AO) .

و المستقيم (Δ') المار من I منتصف $[AO]$ و العمودي على (AO) .

و المستقيم (D) ارتفاع المثلث OAB المنشأ من O .

نعتبر التماثل المحوري S_D الذي محوره (D) .

.1 بين أن : التطبيق $t=S_\Delta\circ S_{\Delta'}$ إزاحة يتم تحديد متجهتها .

لدينا : $(\Delta)\perp(AO)$ و $(\Delta')\perp(AO)$ إذن : $(\Delta)\parallel(\Delta')$

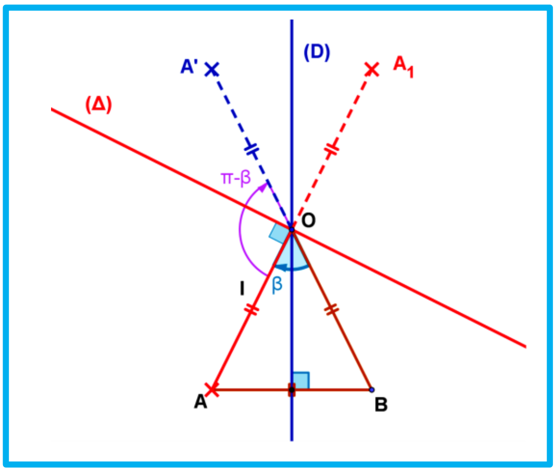
وبالتالي التحويل $t=S_\Delta\circ S_{\Delta'}$ هو إزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{IO}$ (لأن (Δ') المار من I منتصف $[AO]$ و العمودي على (AO)) .

خلاصة : $S_\Delta\circ S_{\Delta'}=t_{\overrightarrow{AO}}$.

.2 بين أن : التطبيق $r=S_D\circ S_\Delta$ دوران يتم تحديد مركزه و قياس زاويته .

أ- أنشئ $S_\Delta(A)=A_1$ و $S_D(A_1)=A'$ ثم بين أن $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)\equiv\pi-\beta\ \ [2\pi]$

أنظر الشكل بالنسبة ل $S_\Delta(A)=A_1$ و $S_D(A_1)=A'$



لدينا :

- نحدد α زاوية الدوران (أي $\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}\right)\equiv\alpha\ [2\pi]$):

نضع : $S_{(D)}\circ S_{(\Delta)}=r : A\xrightarrow{S_{(\Delta)}}A_1\xrightarrow{S_{(D)}}A'$

$r :\ A\longrightarrow A'$

لدينا : $(AO)\perp(\Delta)$ ومنه : $S_\Delta(A)=A_1\in(OA)\quad(1)$

من جهة أخرى : OAB مثلثا متساوي الساقين رأسه O

و المستقيم (D) ارتفاع المثلث OAB المنشأ من O

إذن (D) منصف داخلي للزاوية $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\ (2)$.

حسب (1) و (2) نستنتج أن : $S_D(A_1)=A'\in(OB)$ و ليست نقطة من نصف المستقيم $[O,B)$.

من جهة أخرى :

$$\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)\equiv\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA_1}\right)+\left(\overrightarrow{OA_1},\overrightarrow{OA'}\right)\ \ [2\pi]$$
$$\equiv\pi+\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\ \ [2\pi]$$
$$\equiv\pi-\beta\ \ [2\pi]$$

ومنه : $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)\equiv\pi-\beta\ \ [2\pi]$.

خلاصة : $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)\equiv\pi-\beta\ \ [2\pi]$

ب- نستنتج طبيعة التحويل $r=S_D\circ S_\Delta$.

- لدينا : $(\Delta)\cap(D)=\{O\}$ و $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OA'}\right)\equiv\pi-\beta\ \ [2\pi]$ إذن التحويل $r=S_D\circ S_\Delta$ هو دوران مركزه النقطة O و قياس زاويته هو $\pi-\beta$

خلاصة: التحويل $r=S_D\circ S_\Delta$ هو دوران مركزه النقطة O و قياس زاويته هو $\pi-\beta$ أي $S_D\circ S_\Delta=r(O,\pi-\beta)$

.3 بين أن : $r\circ t$ دوران يتم تحديد مركزه و قياس زاويته .

لدينا : $r\circ t=\left(S_D\circ S_\Delta\right)\circ\left(S_\Delta\circ S_{\Delta'}\right)$

$=S_D\circ\left(S_\Delta\circ S_\Delta\right)\circ S_{\Delta'}$ (لأن تركيب التطبيقات تجمعي)

$=S_D\circ I_{\mathcal{P}}\circ S_{\Delta'}$ (لأن $S_\Delta\circ S_\Delta$ هو التطبيق المطابق في المستوى)

$=S_D\circ S_{\Delta'}$

بمأن $(\Delta')\cap(D)=\{O\}$ إذن $S_D\circ S_{\Delta'}$ هو دوران مركزه O .

خلاصة : $r\circ t=S_D\circ S_{\Delta'}$ هو دوران مركزه O .