

.01

ليكن x من \mathbb{R} .نضع $a = \cos x + \cos 3x$ و $b = \sin x + \sin 3x$.1. بين أن: $a^2 + b^2 = 4 \cos^2 x$.

2.

أ- بين أن: $a = 2 \cos 2x \cdot \cos x$ و $b = 2 \sin 2x \cos x$ ب- بين أن: $a + b = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 3. حل في \mathbb{R} المعادلة ثم مثل حلولها على الدائرة المثلثية:

$$\cos x + \sin x + \cos 3x + \sin 3x = 0$$

4. حدد الأعداد الحقيقية x حيث:
$$\begin{cases} \cos x + \cos 3x = 0 \\ \sin x + \sin 3x = 0 \end{cases}$$

.02

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x) = \tan^2 x + \frac{1}{\tan^2 x}$ 1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .2. $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} - 2$ ثم بين أن:

3. حل المعادلة ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية:

$$f(x) = 2 \quad x \in D_f$$

4. نعتبر المتراجحة التالية: $f(x) \geq 4 - \frac{2}{\tan^2 x}$ (E)أ- بين أن: (E) تكافئ: $\frac{(\tan^2 x - 3)(\tan^2 x - 1)}{\tan^2 x} \geq 0$ ب- حل في $I = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ المتراجحة (E).

.03

1. بين أن: $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5} = -\frac{1}{4}$ 2. استنتج أن: $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1}{2}$ 3. استنتج قيمة كل من $\cos \frac{\pi}{5}$ و $\cos \frac{3\pi}{5}$

.04

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب:

$$f(x) = \cos^2 x + \cos^2(2x)$$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .2. بين أن: f دورية و دورها $T = \pi$.3. بين أن: f زوجية. استنتج D_E مجموعة دراسة f .4. أحسب: $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ و $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

5. أ- بين أن:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : \cos(a+b) \cos(a-b) = \cos^2 a - \sin^2 b$$

ب- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) - 1 = \cos x \cos 3x$ ج- حل المعادلة (E): $f(x) = 1$: $x \in [0, \pi]$.

د- مثل على الدائرة المثلثية صور حلول المعادلة (E).

ه- حل المتراجحة: $f(x) > 1$: $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

.05

1. بين أن:

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

2. بين أن:

$$\sin^4 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 2x - \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\cos^4 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$$

3. حل في $[0, \pi]$ المعادلة:

$$E_1 : (2 - \sin^2 2x - 2 \cos 2x)(2 - \sin^2 2x + 2 \cos 2x) = 0$$

4. حل في $[0, \pi]$ المعادلة: $\cos^4 x \leq \sin^4 x$.5. نضع: $A = 2(\sin x + \sin 2x) + \sin x \cdot \sin 3x$ بين أن: $A = 4 \sin \frac{3}{2} x \cos \left(\frac{x}{2}\right) \left(1 + \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}\right)$ 6. بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}; 1 + \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} \neq 0$ ثم حل فيالمعادلة $A = 0$ في \mathbb{R} .