

التمرين (1)

1) بين أن $(n^2 - 3n + 6) \wedge (n - 1) = (n - 1) \wedge 4$

2) استنتج القيم الممكنة للعدد

$$d = (n - 1) \wedge (n^2 - 3n + 6)$$

3) حدد قيم n والتي يكون من أجلها:

$$(n - 1) \wedge (n^2 - 3n + 6) = 4$$

التمرين (2)

ليكن x, y عددين من \mathbb{N}^*

$$a = 2x + 3y, \quad b = 9x + 5y$$

1) أ. بين أن: $17/a \Leftrightarrow 17/b$

ب. بين أن: $(x \wedge y = 1) \Rightarrow (a \wedge b / 17)$

2) نعتبر في \mathbb{Z}^2 النظامة:

$$(S) \begin{cases} (2x + 3y)(9x + 5y) = 1156 \\ x \wedge y = 2 \end{cases}$$

نعتبر العددين x', y' بحيث $x = 2x', y = 2y'$

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} (2x' + 3y')(9x' + 5y') = 296 \\ x' \wedge y' = 1 \end{cases}$$

ب. استنتج حلول النظامة (S)

التمرين (3)

1) تحقق أن $3^3 \equiv 1 [13]$ و $2^4 \equiv 3 [13]$

2) حدد باقي قسمة العدد 1428^{2007} على 13

التمرين (4)

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة $(E) \quad 13x - 24y = 17$

1) ليكن (α, β) حلا للمعادلة (E)

$$d = \alpha \wedge \beta$$

أ. بين أن $17 | 2\alpha - 5\beta$

ب. بين أن $d = 1$ أو $d = 17$

2) أ. تحقق أن $(5, 2)$ حل للمعادلة (E)

ب. حدد مجموعة حلول المعادلة (E)

3) حدد الأزواج (x, y) حل للمعادلة (E) والتي تحقق

$$x \wedge y = 17$$

التمرين (5)

1) ليكن n عدد نسبي.

بين أن العدد $n^4 - 20n^2 + 4$ غير أولي

2) a, b عددان من \mathbb{N} مع $a \geq 2$ و $b \geq 2$

بين أن العدد $a^4 + 4b^4$ غير أولي

التمرين (6)

حل المعادلات التالية:

1) $\bar{6}x^2 + \bar{4} = \bar{0}$ في $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$

2) $\bar{5}x^2 + \bar{x} - \bar{4} = \bar{0}$ في $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$

3) $\bar{x}^2 - \bar{2}x - \bar{3} = \bar{0}$ في $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

التمرين (7)

1) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة $5x - 7y = 5$

2) حدد حلول النظامة $\begin{cases} x \equiv 0 [5] \\ x \equiv 5 [7] \end{cases}$

التمرين (8)

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة $(E) : 11x - 16y = 9$

1) ليكن الزوج (α, β) حلا للمعادلة (E)

$$d = \alpha \wedge \beta$$

أ. بين أن $d = 1$ أو $d = 3$ أو $d = 9$

ب. (i) حل في $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ المعادلة $\bar{2}x = \bar{0}$

(ii) استنتج أن $9/\alpha + \beta$

2) تحقق أن $(11, 7)$ حلا للمعادلة (E) ثم حل (E)

3) نعتبر العددين $a = 11k + 7$ و $b = 16k + 11$

حيث k عدد صحيح نسبي

أ. بين أن $a \wedge b = (k - 1) \wedge 9$

ب. حدد الأزواج (x, y) حلول المعادلة (E) والتي يكون

$$x \wedge y = 9$$

التمرين (9)

1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .

أ. بين أنه إذا كان n فرديا فإن: $n^2 \equiv 1 [8]$

ب. بين أن إذا كان n زوجيا فإن:

$$n^2 \equiv 0 [8] \text{ أو } n^2 \equiv 4 [8]$$

2) ليكن $a; b; c$ أعداد صحيحة طبيعية فردية.

أ. بين أن: $a^2 + b^2 + c^2$ ليس مربعا كاملا

ب. بين أن $[8] \quad 2(ab + bc + ca) \equiv 6$

ج. استنتج أن $2(ab + bc + ca)$ ليس مربعا كاملا

د. بين أن $ab + bc + ca$ ليس مربعا كاملا

التمرين (10)

1) نضع $a = pn$ و $b = (p - 1)n$ حيث $p \in \mathbb{N}^*$

و $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$. بين أن $a \wedge b = a - b$

2) بين أنه إذا كان $a \wedge b = a - b$ فإنه يوجد زوج

(p, n) في $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ بحيث: $a = pn$ و $b = (p - 1)n$

3) ليكن $x; y$ عددين من \mathbb{N}^* ونعتبر الأعداد

$$a = 40x(3y + 2), \quad b = 15x(8y + 5), \quad c = 24x(5y + 3)$$

أ. حدد $a \wedge b$ و $b \wedge c$

ب. بين أن $a \wedge b \wedge c = x$