## التمرين الأول

ليكن $n$ عددا طبيعيا غير منعدم. بين أن :

1) $(21n+4)\wedge(14n+3)=1$

2) $(n^2+n)\wedge(2n+1)=1$

3) $(2n+5)\wedge(n^2+5n+6)=1$

4) أ- بين أن $(2n+11)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 5$

ب- استنتج القيم الممكنة للعدد : $(2n+11)\wedge(n+3)$

ج- حدد $n$ كي يكون $(2n+11)\wedge(n+3)=5$

## التمرين الثاني

1) ليكن $k$ عدد صحيح نسبي و نعتبر العددين $a=2k-1$ , $b=9k+4$

أ- بين أن $a\wedge b=a\wedge 17$

ب- حدد الأعداد $k$ و التي يكون من اجلها $a\wedge b=17$

2) ليكن $n$ ; $m$ عددان طبيعيان و نعتبر العددين

$x=3m+4n$ ; $y=2m+3n$ . نضع $d=x\wedge y$

أ- بين أنه أذا كان $a|n$ و $a|m$ فإن $a|x$ و $a|y$

ب- أدرس العكس

ج- ماذا تستنتج ؟

## التمرين الثالث

ليكن $n$ ; $c$ عددين طبيعيين.

ونضع $A=3n$ ; $B=2n+1$

1) بين أن $n\wedge(2n+1)=1$

2) بين أن $(nc)\wedge(2n+1)=c\wedge(2n+1)$

3) حدد تبعا لقيم $n$ القاسم المشترك الكبر للعددين $A$ , $B$

## التمرين الرابع

ليكن $n$ عدد صحيح طبيعي

1) تحقق أن $n+3\,/\,3n^3-11n+48$

2) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 3n^2-9n+16\in\mathbb{N}^*$

3) أ- بين أن :

$\left(\forall(a,b,c)\in\mathbb{N}^{*3}\right)\quad a\wedge b=(bc-a)\wedge b$

ب- استنتج أن :

$(3n^3-11n)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 48$

4) حدد المجموعة $A=\left\{n\in\mathbb{N}^*\,/\,\dfrac{3n^3-11n}{n+3}\in\mathbb{N}\right\}$

## التمرين الخامس

ليكن $n$ ; $m$ عددان طبيعيان و نعتبر العددين

$x=11m+2n$ ; $y=18m+5n$

1) أحسب $7x+y$ و استنتج أن $19|y\Rightarrow 19|x$

2) أدرس العكس نضع $d=x\wedge y$ بين أن :

$m\wedge n=1\Rightarrow$ ( $d=1$ أو $d=19$ )

## التمرين السادس

حل في $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ ما يلي :

1) $\begin{cases}a\wedge b=24\\ a+b=168\end{cases}$ ( نأخذ $a\le b$ )

2) $\begin{cases}a\wedge b=2\\ ab=120\end{cases}$ ( نأخذ $a\le b$ )

3) $\begin{cases}a+b=84\\ a\vee b=(a\wedge b)^2\end{cases}$ ( نأخذ $a\le b$ )

4) $a$ , $b$ , $c$ ثلاثة أعداد طبيعية غير منعدمة

وبحيث : $a\wedge b=24$ و $b\wedge c=36$

أ- حدد $a\wedge b\wedge c$

ب- حدد الأعداد $a$ , $b$ , $c$ علما أن $a+b+c=300$

5) أ- حل في $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ المعادلة $X^2-Y^2=85$

ب- استنتج حلول النظمة $\begin{cases}x^2-y^2=5440\\ x\wedge y=8\end{cases}$

## التمرين السابع

ليكن $n$ عدد من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $n+1$ قاسم مشترك للعددين $n^2+5n+4$ و $n^2+3n+2$

ب- حدد $n$ كي يكون $(n+1)/(3n^2+15n+19)$

ج- استنتج أن $n^2+3n+2$ لا يقسم العدد $(3n^2+15n+19)$

## التمرين الثامن

1) حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة : $x^2-y^2=12$

2) حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة : $X^2-Y^2=24$

3) أ- بين أن $x+y$ و $x-y+1$ لهما زوجيتين مختلفتين

ب- حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة $x^2-y^2+x+y=20$

## التمرين التاسع

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E):5x-7y=3$

1) ليكن $(\alpha,\beta)$ حلا للمعادلة $(E)$

أ- بين أن $3\,/\,\alpha+\beta$

ب- نضع $d=\alpha\wedge\beta$ بين أن $d=1$ أو $d=3$

2) تحقق أن $(2,1)$ حل للمعادلة $(E)$ ثم حدد مجموعة حلولها

3) حدد الأزواج $(x,y)$ حل للمعادلة $(E)$ و التي تحقق $x\wedge y=3$