



01

1. حدد المجموعة $E = \{y \in \mathbb{R} / \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2xy + y^4 = 0\}$

2. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بسط : $((\overline{A \cap B}) \cap (\overline{A \cap C})) \cup A$

3. أعط مثال مضاد على أن الاستلزام التالي غير صحيح : $(C \subset A \text{ أو } C \subset B) \Rightarrow C \subset A \cup B$.

4. لتكن E و F مجموعتين بين أن : $\mathcal{P}(E) \cup \mathcal{P}(F) \subset \mathcal{P}(E \cup F)$. أعط مثال مضاد يؤكد أن العكس غير صحيح.

5. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن : $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

6. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن : $(A \Delta B) \cap C \subset (A \cap C) \Delta (B \cap C)$

7. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن : $A \Delta B = A \Delta C \Leftrightarrow B = C$

02

1. نعتبر التطبيقات التالية $f : E \rightarrow F$ و $g : F \rightarrow G$. أثبت ما يلي :

أ - $(f \text{ تباينية}) \Rightarrow (g \circ f \text{ تباينية})$. ب - $(g \text{ تباينية}) \Rightarrow (f \text{ شمولية و } g \circ f \text{ تباينية})$

2. لتكن E مجموعة و f تطبيق من E إلى E حيث $f \circ f \circ f = f$. بين أن : $(f \text{ تطبيق تبايني}) \Leftrightarrow (f \text{ تطبيق شمولي})$.

3. لتكن E مجموعة و f تطبيق من E إلى E. بين أن : $\forall A \in \mathcal{P}(E) ; A \subset f^{-1}(f(A))$.

4. لتكن E و F و G ثلاث مجموعات و f_1 و f_2 تطبيقين من E إلى F و g تطبيق من F إلى G.

بين أن : $g \circ f_1 = g \circ f_2 \Leftrightarrow f_1 = f_2$

5. لتكن E و F و G ثلاث مجموعات. f تطبيق من E إلى F ؛ g_1 و g_2 تطبيقان من F إلى G.

بين أن : $(g_1 \circ f = g_2 \circ f) \Rightarrow g_1 = g_2$ (f تطبيق شمولي).

03

نعتبر التطبيق f المعرفة على الشكل التالي :

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(x, y) \mapsto (x+y, xy)$$

1. باقل من الحجج و بفعالية كبيرة بين أن التطبيق f ليس تبايني.

2. ليكن (s, p) زوج من \mathbb{R}^2 ما هو الشرط الضروري و الكافي (s, p) ينتمي ل $f(\mathbb{R}^2)$ ؟

3. حدد الصورة العكسية ب f ل $\{(s, p) \in \mathbb{R}^2 / s^2 - 4p = 1\}$

04

$h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$

$$n \mapsto h(n) = \frac{1}{n^2 - 2n + 3}$$

و $g : I \rightarrow I$

$$x \rightarrow g(x) = x + \sqrt{x+1}$$

و $f : \mathbb{R} \rightarrow I = [-1, +\infty[$

$$x \mapsto f(x) = x^2 - 4x + 3$$

نعتبر التطبيقات :

1. حدد : $f^{-1}(\{3\})$. ب هل f تبايني ؟

2. بين أن : $f(\mathbb{R}) \subset [-1, +\infty[$. ب - حدد التطبيق $g \circ f$.

3. بين أن f تقابلي. ب - حدد تقابله العكسي f^{-1} .

4. بين بأن h غير تبايني.