



01

1. حدد المجموعة $E = \{y \in \mathbb{R} / \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2xy + y^4 = 0\}$
2. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بسط : $((\overline{A \cap B}) \cap (\overline{A \cap C})) \cup A$
3. أعط مثال مضاد على أن الاستلزام التالي غير صحيح : $C \subset A \cup B \Rightarrow (C \subset A \text{ أو } C \subset B)$.
4. لتكن E و F مجموعتين بين أن : $\mathcal{P}(E) \cup \mathcal{P}(F) \subset \mathcal{P}(E \cup F)$. أعط مثال مضاد يؤكد أن العكس غير صحيح.
5. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن : $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
6. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن : $(A \Delta B) \cap C \subset (A \cap C) \Delta (B \cap C)$
7. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن : $A \Delta B = A \Delta C \Leftrightarrow B = C$

02

1. لنعبر التطبيقات التالية $f : E \rightarrow F$ و $g : F \rightarrow G$. أثبت ما يلي :
أ - $(f \text{ تباينية}) \Rightarrow (g \circ f \text{ تباينية})$. ب - $(g \text{ تباينية}) \Rightarrow (f \text{ شمولية و } g \circ f \text{ تباينية})$
2. لتكن E مجموعة و f تطبيق من E إلى E حيث $f \circ f \circ f = f$. بين أن : $(f \text{ تطبيق تبايني}) \Leftrightarrow (f \text{ تطبيق شمولي})$.
3. لتكن E مجموعة و f تطبيق من E إلى E. بين أن : $\forall A \in \mathcal{P}(E) ; A \subset f^{-1}(f(A))$.
4. لتكن E و F و G ثلاث مجموعات و f_1 و f_2 تطبيقين من E إلى F و g تطبيق من F إلى G. بين أن : $g \circ f_1 = g \circ f_2$ و $f_1 = f_2$ تطبيق تبايني فإن $f_1 = f_2$.
5. لتكن E و F و G ثلاث مجموعات. f تطبيق من E إلى F ؛ g_1 و g_2 تطبيقان من F إلى G. بين أن : $g_1 = g_2 \Rightarrow (f \text{ تطبيق شمولي و } g_1 \circ f = g_2 \circ f)$.

03

- نعتبر التطبيق f المعرفة على الشكل التالي :
- $$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$
- $$(x, y) \mapsto (x+y, xy)$$
1. باقل من الحجج و بفعالية كبيرة بين أن التطبيق f ليس تبايني.
 2. ليكن (s, p) زوج من \mathbb{R}^2 ما هو الشرط الضروري و الكافي (s, p) ينتمي ل $f(\mathbb{R}^2)$ ؟
 3. حدد الصورة العكسية ب f ل $\{(s, p) \in \mathbb{R}^2 / s^2 - 4p = 1\}$

04

- $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ و $g : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{I}$ و $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{I} = [-1, +\infty[$: نعتبر التطبيقات :
- $$n \mapsto h(n) = \frac{1}{n^2 - 2n + 3} \text{ و } \begin{cases} g : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{I} \\ x \mapsto g(x) = x + \sqrt{x+1} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{I} = [-1, +\infty[\\ x \mapsto f(x) = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$$
1. حدد : $f^{-1}(\{3\})$. ب هل f تبايني ؟
 2. بين أن : $f(\mathbb{R}) \subset [-1, +\infty[$. ب - حدد التطبيق $g \circ f$.
 3. بين أن f تقابلي. ب - حدد تقابله العكسي f^{-1} .
 4. بين بأن h غير تبايني.