**التمرين 1:**

نعتبر التطبيق $f:R\to R$ حيث $x\mapsto x^2+6x+8$

1. بين أن $(\forall x\in R): f(x)\geq -1$.
2. استنتج أن $f(R)=[-1;+\infty[$.
3. هل التطبيق $f$ تباييني؟ شمولي؟
4. حدد الصور التالية:
   - $f^{-1}([-8;-2[)$
   - $f^{-1}([-\infty;0[)$
   - $f^{-1}([-10,1[)$
   - $f([0;5])$
   - $f([-7;-3])$
   - $f([-5;5[)$
5. نعتبر $g$ قصور $f$ على المجال $[-3;+\infty[$. تحقق من أن $g$ تطبيق تباييني.
6. لبكن التطبيق $h:[-3;+\infty[\to[-1;+\infty[$ حيث $x\mapsto x^2+6x+8$
   - بين أن $h$ تقابل و حدد تطبيقه العكسي $h^{-1}$.
   - حدد التطبيق $h^{-1}of$.

**التمرين 2:**

نعتبر التطبيق $f:R\setminus\{5\}\to R$ حيث $x\mapsto \dfrac{2x-1}{x-5}$

1. بين أن $(\forall x\in R\setminus\{5\}): f(x)\neq 2$.
2. حدد $f(R\setminus\{5\})$.
3. تحقق من أن $f$ تباييني.
4. هل التطبيق $f$ شمولي؟
5. حدد الصور التالية:
   - $f^{-1}([-8;2[)$
   - $f^{-1}([-\infty;9[)$
   - $f([0;4])$
   - $f\left(\left[\dfrac{21}{4};+\infty\right[\right)$
   - $f([-5;5[)$
6. لبكن التطبيق $g:]5;+\infty[\to]2;+\infty[$ حيث $x\mapsto \dfrac{2x-1}{x-5}$

بين أن $g$ تقابل و حدد تطبيقه العكسي $g^{-1}$.

**التمرين 3:**

ليكن $f$ تطبيقا من $E$ نحو $F$ ، $A\subset E$ ، $B\subset E$ ، $C\subset F$ و $D\subset F$.

1. بين ما يلي:
   - $A\subset f^{-1}(f(A))$
   - $f(f^{-1}(C))\subset C$
   - $f(A)\cup f(B)=f(A\cup B)$
   - $f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$
   - $f^{-1}(C)\cup f^{-1}(D)=f^{-1}(C\cup D)$
   - $f^{-1}(C)\cap f^{-1}(D)=f^{-1}(C\cap D)$
2. اقترح مثالا مضادا في كل حالة، يبين أن:
   - $f^{-1}(f(A))\not\subset A$
   - $C\not\subset f(f^{-1}(C))$
   - $f(A)\cap f(B)\not\subset f(A\cap B)$
3. بين أن:
   - $f$ تباييني $\Leftrightarrow f^{-1}(f(A))=A$
   - $f$ شمولي $\Leftrightarrow C=f(f^{-1}(C))$
   - $f$ تباييني $\Leftrightarrow f(A)\cap f(B)=f(A\cap B)$

**التمرين 4:**

ليكن $f$ تطبيقا من $E$ نحو $F$ و $g$ تطبيقا من $F$ نحو $G$.

1. بين أنه:
   - ($gof$ تباييني) $\Rightarrow$ ($f$ و $g$ تبايينيان)
   - ($gof$ شمولي) $\Rightarrow$ ($f$ و $g$ شموليان)
   - ($gof$ تقابلي) $\Rightarrow$ ($f$ و $g$ تقابليان)
2. بين أنه:
   - ($f$ تباييني) $\Rightarrow$ ($gof$ تباييني)
   - ($g$ شمولي) $\Rightarrow$ ($gof$ شمولي)
   - ($g$ شمولي و $f$ تباييني) $\Rightarrow$ ($gof$ تقابلي)

**التمرين 5:**

لتكن $E$ مجموعة و $A\subset E$ و $B\subset E$.
نعتبر التطبيق:

$$\begin{array}{ccc}\mathcal{P}(E) & \xrightarrow{\ f\ } & \mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}(B)\\ X & \longmapsto & f(X)=(A\cap X,\ B\cap X)\end{array}$$

1. بين أن ($f$ تباييني) $\Leftrightarrow A\cup B=E$
2. بين أن ($f$ شمولي) $\Leftrightarrow A\cap B=\phi$
3. حدد الشرط اللازم و الكافي لكي يكون $f$ تقابلا. ما هو تقابله العكسي $f^{-1}$ ؟