التمرين الأول

حدد بتفصيل كل من المجموعات التالية :

1) $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\ /\ \frac{2|x|-1}{3}\le 1\right\}$ 2) $B=\left\{\frac{x}{x+1}>1/\ x\in\mathbb{R}\right\}$ 3) $C=\left\{x\in\mathbb{Z}\ /\ \frac{x+6}{x+3}\in\mathbb{Z}\right\}$

4) $D=\left\{x\in\ ]-\pi,\pi[\ /\ x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{3}\ ;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ 5) $E=\left\{(x,y)\in\mathbb{Z}^2\ /\ xy-7x-5y+9=0\right\}$

6) $F=\left\{(x,y)\in\mathbb{Z}^2\ /x^2-y^2=4\right\}$ 7) $G=\left\{(-1)^n-(-1)^m\ /\ n\in\mathbb{N}\ ,\ m\in\mathbb{N}\right\}$

التمرين الثاني :

نضع $A=\left\{\frac{3x+3}{2x+2}/\ x\in\mathbb{R}\right\}$ و $B=\left\{\frac{1}{2x+2}/\ x\in\mathbb{R}\right\}$ بين ان $A=B$	نضع $B=\left\{\frac{x}{x+1}/x\in\mathbb{R}^+\right\}$ بين أن $B=[0,1[$
نضع $A=\left\{6k'+1/k'\in\mathbb{Z}\right\}$ و $B=\left\{3k-2/k\in\mathbb{Z}\right\}$ بين أن $A\subseteq B$	نضع $F=\left\{\frac{\pi}{3}+\frac{2k\pi}{3}/k\in\mathbb{Z}\right\}$ و $E=\left\{(2k'+1)\pi/k'\in\mathbb{Z}\right\}$ بين أن $E\subseteq F$ هل $F\subseteq E$ ؟

التمرين الثالث :

نضع $E=\left\{\frac{3k+4}{12}\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ و $F=\left\{\frac{6k-1}{12}\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

أ- تحقق أن $\frac{1}{3}\in E$ و $\frac{1}{3}\notin F$

ب- بين أن $F\subseteq E$

ج- هل $E=F$ ؟

التمرين الرابع

نضع $A=\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{3}/k\in\mathbb{Z}\right\}$ و $B=\left\{\frac{-5\pi}{12}+k'\pi/k'\in\mathbb{Z}\right\}$ بين أن $B\subseteq A$ هل $A\subseteq B$ ؟

التمرين الخامس

نضع $A=\left\{\frac{3x+3}{2x+2}/\ x\in\mathbb{R}\right\}$ و $B=\left\{\frac{1}{2x+2}/\ x\in\mathbb{R}\right\}$ بين ان $A=B$

التمرين السادس:

نضع $E=\left\{a+b\sqrt{2}\ /\ (a,b)\in\mathbb{Z}^2\right\}$ أ- بين أن $E\neq\varnothing$ ب- ليكن u من E بين أن $\frac{1}{u}\in E$ و $u^2\in E$ ج- بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ \ u^n\in E$	ليكن x , y من $\mathbb{Z}$ أ- بين أن : ($x-y$ عدد زوجي) $\Leftrightarrow$ ($x+y$ عدد زوجي) ب- حدد بتفصيل المجموعة : $E=\left\{(x,y)\in\mathbb{Z}^2:\ \ x^2-y^2=12\right\}$

التمرين السابع :

ليكن a و b عنصرين من $\mathbb{R}$ نعتبر المجموعة $E=\left\{n\in\mathbb{Z}\ /\ E(na)=E(nb)\right\}$

1) نفترض أن $a<b$ و نضع $\alpha=\frac{1}{b-a}$ بين أن $E\subseteq\ ]-\alpha,\alpha[$

2) استنتج أنه إذا كان $E=\mathbb{Z}$ فإن $a=b$

التمرين الثامن :

نعتبر المجموعتين $A=\{1,4\}$; $B=\{1,2,a,b\}$

$E=\{1,2,3,4,a,b,c\}$

1ـ حدد X من $P(E)$ بحيث $A\cap X=A$

2ـ حدد Y من $P(E)$ بحيث $A\cup Y=A$

نضع $A=\left\{x=\sqrt{n^2+1}-n \ / \ n\in\mathbb{N}\right\}$

1) بين أن $A\subset]0,1]$

2) حل في $\mathbb{N}$ المعادلة $\sqrt{n^2+1}-n=\frac{1}{2}$ هل $A=]0,1]$ ؟

التمرين التاسع :

E مجموعة غير فارغة A و B و C أجزاء من E بين ما يلي :

- $(A\cap B)-C=(A-C)\cap(B-C)$
- $A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)$
- $(A\cap B=A)\Leftrightarrow(A\subseteq B)$
- $(A\cup B=B\cap C)\Leftrightarrow(A\subseteq B\subseteq C)$

التمرين العاشر

E مجموعة غير فارغة و $P(E)$ مجموعة أجزاء E أتبث :

- $\left[(\forall A\in P(E))\ A\cup X=E\right]\Rightarrow X=E$
- $\left[(\forall A\in P(E))\ A\cap X=\varnothing\right]\Rightarrow X=\varnothing$

التمرين الحادي عشر

E مجموعة غير فارغة A وB أجزاء من E ونعتبر المعادلة $A\cup X=B$ (α) حيث $X\in P(E)$

1ـ حدد الشرط اللازم كي تقبل المعادلة (α) حلا

2ـ حدد حلا للمعادلة (α)

3ـ ليكن X حل للمعادلة (α) بين أن $(B-A)\subset X\subset B$ ثم استنتج حلول المعادلة (α)

التمرين الثاني عشر :

A و B و C أجزاء من E أثبت ما يلي :

- $\begin{cases}A\cap B=A\cap C\\ A\cup B=A\cup C\end{cases}\Rightarrow B=C$
- $\begin{cases}A\cup B=C\\ A\cap C=B\end{cases}\Rightarrow A=B=C$
- $A-B=A\Leftrightarrow B-A=B$

A و B و C أجزاء من E أثبت ما يلي :

- $(A\cup B)\times C=(A\times C)\cup(B\times C)$
- $(A-B)\times C=(A\times C)-(B\times C)$
- $\overline{A\times B}=\left(\overline{A}\times E\right)\cup\left(E\times\overline{B}\right)$

التمرين الثالث عشر

نعتبر المجموعتين $A=\left\{\frac{9a+4}{3a+2} \ / \ a\in\mathbb{R}^{+*}\right\}$ و $B=\left\{\frac{9x+4y}{3x+2y} \ / \ (x,y)\in\mathbb{R}^{+*}\times\mathbb{R}^{+*}\right\}$

1) بين أن $A\subseteq B$

2) بين أن $B\subseteq[2,3[$

3) بين أن $A\subseteq[2,3[$ ثم استنتج أن $B=[2,3[$