

5 المرجح في المستوى

01

نعتبر في المستوى (P) مثلثا ABC حيث G مركز ثقله. و I منتصف الضلع [AC].

المستقيم الموازي ل (BI) و المار من A يقطع (BC) في D.

المستقيمان (AB) و (DI) يتقاطعان في K

1. أ - بين أن: B منتصف القطعة [DC].

ب - استنتج أن: K مركز ثقل المثلث ADC.

2. أثبت أن: المستقيمين (KG) و (BC) متوازيان.

3. ننسب المستوى (P) إلى المعلم $(B, \overline{BA}, \overline{BC})$.

أ - حدد إحداثيتي كل من النقطتين I و K ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستقيم (KI).

ب - حدد إحداثيتي G' مرجح $\left\{ \left(C, \frac{1}{2} \right); (B, 1); (A, 1) \right\}$.

ج - بين أن: النقط I و K و G' مستقيمية.

02

ليكن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O. نعتبر النقطة I منتصف [BC] و النقطة E حيث $\overline{BE} = \frac{1}{3} \overline{BC}$.

1. بين أن E مرجح $\{(B, 2), (C, 1)\}$.

2. ليكن F مرجح النظمة المتزنة $\{(C, 1), (B, 2), (A, 1)\}$

أ - بين أن: $\overline{BF} = \frac{1}{4} \overline{BD}$ ثم أنشئ النقطة F.

ب - بين أن: F مرجح النظمة المتزنة $\{(E, 3), (A, 1)\}$

3. المستقيم المار من F و الموازي للمستقيم (AD) يقطع

(AI) و (AC) على التوالي في M و N.

بين أن $\overline{AM} = \frac{3}{4} \overline{AI}$ و أن N هي منتصف [OC].

4. لتكن G نقطة تقاطع (AI) و (BD).

أ - ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC.

ب - حدد قيمة العدد الحقيقي k حيث $\overline{GM} = k \overline{GI}$.

03

ABCD متوازي الأضلاع. G مرجح النظمة المتزنة

$\{(B, 2), (C, -1)\}$ و مرجح E $\{(C, -1), (B, 2), (D, 2)\}$

1. تحقق أن B منتصف القطعة [CE]

2. أ - عبر عن \overline{AG} بدلالة \overline{AB} ; \overline{AC} ; \overline{AD} . ثم استنتج أن

$$\overline{AG} = \frac{1}{3} \overline{AC} \quad \text{ب- أنشئ الشكل}$$

ج- بين أن G مركز ثقل المثلث ABD

3. بين: D و G و E مستقيمية. يمكن استعمال تجميعية المرجح

04

نعتبر في المستوى (P) مثلثا ABC قائم الزاوية في A

حيث: $AB = 4$ و $AC = 6$.

1. أ - حدد موقع النقطة G حيث: $\overline{AG} = \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC}$.

ب - أحسب المسافة AG.

2. حدد المعاملات α و β و γ حيث تكون النقطة G هي

مرجح النظمة المتزنة $\{(C, \gamma), (B, \beta), (A, \alpha)\}$.

3. أ - حدد المجموعة (e) للنقط M من المستوى (P) حيث

$$\| -\overline{MA} + 2\overline{MB} + \overline{MC} \| = 10$$

ب أثبت أن النقطتين A و C تنتميان إلى المجموعة (e).

05

A و B نقطتان مختلفتان من المستوى (P).

لكل نقطة M من المستوى (P) نربطها بالنقطة M' حيث

$$\overline{MM'} = \overline{AM} + \alpha \overline{BM} \quad \text{مع } \alpha \neq -1$$

1. لتكن G مرجح النظمة: $\{(B, \alpha), (A, 1)\}$ ما هي G'؟

2. بين أن: M' هي مرجح $\{(M, 2 + \alpha), (G, -1 - \alpha)\}$

3. أنشئ M' في الحالة $\alpha = 2$.

06

A و B نقطتان مختلفتان من المستوى (P).

لكل نقطة M من المستوى (P) نربطها بالنقطة M' حيث

$$\overline{MM'} = (1 - \alpha) \overline{MA} + \alpha \overline{MB} \quad \text{مع } \alpha \in \mathbb{R}$$

1. بين أن المستقيم (MM') يمر من نقطة ثابتة يتم تحديدها.