السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	المتتاليـــــــــــات	سلسلة 2

تمرين 1 : نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{9}{6-u_n} \quad ; n \geq 0 \end{cases}$ و $v_n = \dfrac{1}{u_n - 3}$

1) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها و حدها الأول

2) استنتج حساب u_n بدلالة n

3) احسب $S = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$

تمرين 2 :

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \, , u_1 = 4 \\ u_{n+2} = \dfrac{3}{2}u_{n+1} - \dfrac{1}{2}u_n \quad ; n \geq 0 \end{cases}$ و $v_n = u_{n+1} - u_n$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية.

2) بين أن : $v_0 + v_1 + ... + v_{n-1} = u_n - u_0$

3) استنتج الحد العام للمتتالية (u_n)

4) احسب $S = v_0^2 + v_1^2 + ... + v_n^2$

تمرين 3 :

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \ , \ v_0 = 7 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + v_n}{3} ; \ v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \ ; \ n \geq 0 \end{cases}$

1) نعتبر المتتالية : $w_n = v_n - u_n$

أ) بين أن (w_n) متتالية هندسية محددا أساسها

ب) أوجد الحد العام للمتتالية (w_n)

2) نعتبر المتتالية : $t_n = 3u_n + 2v_n$

أ) بين أن (t_n) متتالية ثابتة.

ب) أوجد الحد العام للمتتالية (t_n)

3) استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .

تمرين 4 :

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \ , \ v_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3} \ ; \ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 4v_n}{5} \ ; n \geq 0 \end{cases}$

و المتتاليتين : $w_n = v_n - u_n$ و $t_n = 3u_n + 10\ v_n$

1) بين أن (w_n) متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام.

2) بين أن (t_n) متتالية ثابتة ثم أوجد حدها العام.

3) أوجد الحد العام لكل من (u_n) و (v_n) .

تمرين5 : ليكن a و b عددين حقيقيين حيث : $0 < a < b$

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n v_n}{u_n + v_n} \; ; n \geq 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = b \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \; ; n \geq 0 \end{cases}$$

1) بين أن $\forall n \in IN \;\; 0 < u_n < v_n$

2) ادرس رتابة (u_n) و (v_n)

3) بين أن : $\forall n \in IN \;\; u_n v_n = ab$

4) استنتج أن : $\forall n \in IN \;\; u_n < \sqrt{ab} < v_n$

5) نضع : $\forall n \in IN \;\; w_n = v_n - u_n$.

أ) بين أن : $\forall n \in IN \;\; 0 < w_{n+1} < \dfrac{1}{2} w_n$

ب) ثم استنتج أن : $\forall n \in IN^* \;\; 0 < w_n \leq (b-a)\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

6) نأخذ: $a = 1$ و $b = 2$ ، أوجد قيمة n لكي تكون u_n قيمة مقربة بتفريط و v_n قيمة مقربة بإفراط للعدد $\sqrt{2}$ إلى 10^{-4}